EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES					
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT					
Date :	19.05.23	*Durée :*	08:15 - 11:00	*Numéro candidat :*	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques 2	*Section(s) :*	CI		

Question 1 **(2+4 = 6 points)**

1) Démontrer la propriété suivante :

$$\forall a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \forall x \in \mathbb{R}_+^*, \forall y \in \mathbb{R}: \qquad log_a(x^y) = y \cdot log_a(x)$$

2) Paul a placé 25000 € au taux annuel de 2,4%. Marie a placé 24500 € au taux mensuel de 0,2%. Après combien d'années (arrondir au nombre entier supérieur), le capital de Marie dépassera-t-il pour la 1ère fois celui de Paul ?

Question 2 **((5+5)+(4+2) = 16 points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $3^{\,1-2x} + 3^{\,2+2x} \leq 12$

b) $log_{\frac{1}{2}}(2x-3) + log_2\sqrt{10-4x} = \dfrac{1}{2}$

2) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)^{1-2x}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x} \cdot ln(x-1)$

Question 3 **(6+4 = 10 points)**

1) Démontrer le théorème suivant :

Si f est une fonction continue sur $[a;b]$, alors

- La fonction $F: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \int_a^x f(t)dt \end{array}$ est dérivable sur $[a;b]$
- La dérivée de F est f.

2) Calculer :

$$\int_{-1}^{\sqrt{2}} \frac{x-6}{\sqrt{4-x^2}}\, dx$$

Question 4 **(4+6+5+3 = 18 points)**

On donne la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{2}x + ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$$

et on note C_f la courbe représentative de f.

1) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de son domaine. En déduire les équations d'asymptotes horizontales ou verticales éventuelles.
2) Montrer que C_f admet une asymptote oblique d dont on déterminera une équation. Étudier ensuite la position de C_f par rapport à son asymptote oblique d.
3) Calculer la fonction dérivée de f. Dresser ensuite le tableau de variation complet de f. On donnera une valeur approchée à 10^{-2} près des extrema éventuels.
4) Tracer la courbe C_f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm en indiquant tous les éléments déterminés aux points précédents.

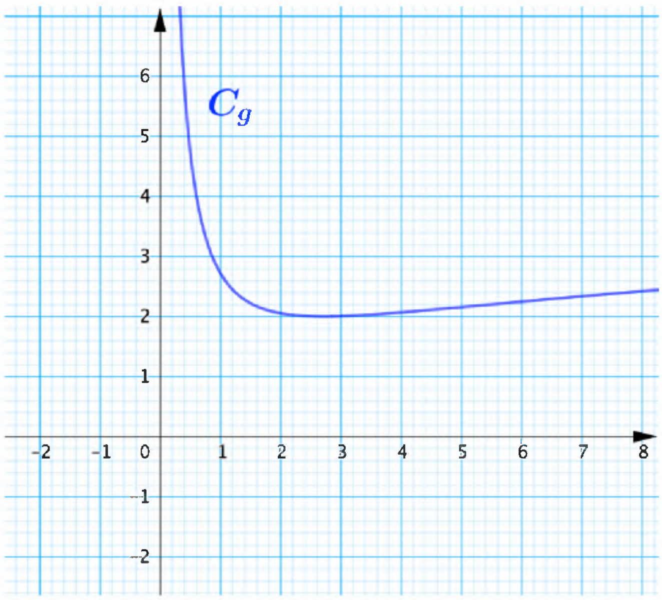
Question 5 **(10 points)**

On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par

$$g(x) = \ln x + \frac{e}{x}$$

dont le graphique C_g est donné sur la figure ci-contre.

Calculer le volume engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la partie du plan délimitée par l'axe (Ox), la courbe C_g et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$.



Examen de fin d'études secondaires Sections B, C, D, E, F, I

Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = \dfrac{1}{1+\tan^2 x}$ $\quad$ $\sin^2 x = \dfrac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ $\quad$ $1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\quad$ $\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\quad$ $\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\quad$ $\cos(\pi + x) = -\cos x$ $\quad$ $\cos(-x) = \cos x$

$\tan(\pi - x) = -\tan x$ $\quad$ $\tan(\pi + x) = \tan x$ $\quad$ $\tan(-x) = -\tan x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ $\quad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$ $\quad$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

$\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\quad$ $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\quad$ $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$

$\sin 2x = \dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$ $\quad$ $\cos 2x = \dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ $\quad$ $\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ $\quad$ $\cos 3x = -3\cos x + 4\cos^3 x$

$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$

$\tan p + \tan q = \dfrac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$

$\tan p - \tan q = \dfrac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$