



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques 2</b>	<b>I</b>	Durée de l'épreuve : 3h Date de l'épreuve : 17/09/2021

**Question 1**

(3 + 3 = 6 points)

Démontrer les propriétés suivantes :

1.  $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \forall x \in \mathbb{R}_+^*, \log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$
2. Si  $F$  et  $G$  sont des primitives de  $f$  sur  $I$  et  $I$  est un intervalle inclus dans le domaine de continuité de  $f$ , alors il existe une constante  $C$  telle que  $F(x) - G(x) = C$ , pour tout réel  $x$  de  $I$ .

**Question 2**

((4,5 + 4,5) + 2 = 11 points)

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $\frac{4 \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x + 4^0}{0,5^x - 3} > 0$       b)  $\log_{0,2}(x^3) \leq -\log_{\sqrt{5}}(x - 2)$

2. Au 1<sup>er</sup> janvier, 15000€ sont placés à un taux de 4%. Sachant que les intérêts sont payés à la fin de chaque année, après combien d'années le capital investi aura-t-il doublé ?

**Question 3**

(4 points)

Calculer la limite suivante :

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \left( \frac{3y + 1}{3y - 4} \right)^{y-1}$$

**Question 4 :**

(3 + 2 + 4 + 1,5 + 3,5 + 6 = 20 points)

On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = e^{-x} \cdot (-2x^2 + x + 1)$$

Déterminer :

1. le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ , et étudier les limites et asymptotes aux bornes de  $D_f$  ;
2.  $D_{f'}$  et montrer que  $f'(x) = e^{-x}x(2x - 5)$ ; dresser le tableau de variation complet de  $f$  et préciser les extrema éventuels en indiquant des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près ;
3.  $D_{f''}$  et la dérivée seconde de  $f$  ; dresser le tableau de concavité et préciser les coordonnées des points d'inflexion éventuels en indiquant des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près ;
4. les points d'intersection de  $C_f$  avec les axes des abscisses ;
5. Représenter graphiquement la fonction  $f$  dans un repère orthonormé (unité : 1cm) en indiquant tous les éléments importants ;
6. Calculer l'aire  $A$  de la partie du plan délimitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 1$  et  $x = 3$ .

**Question 5**

((4 + 3) + 4 = **11 points**)

1. Calculer :

a)  $\int \frac{2x - 3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4y)}{1 + \sin^2(2y)} dy$

2. Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par  $f(x) = \ln(x) \cdot (2x - 3)$ .

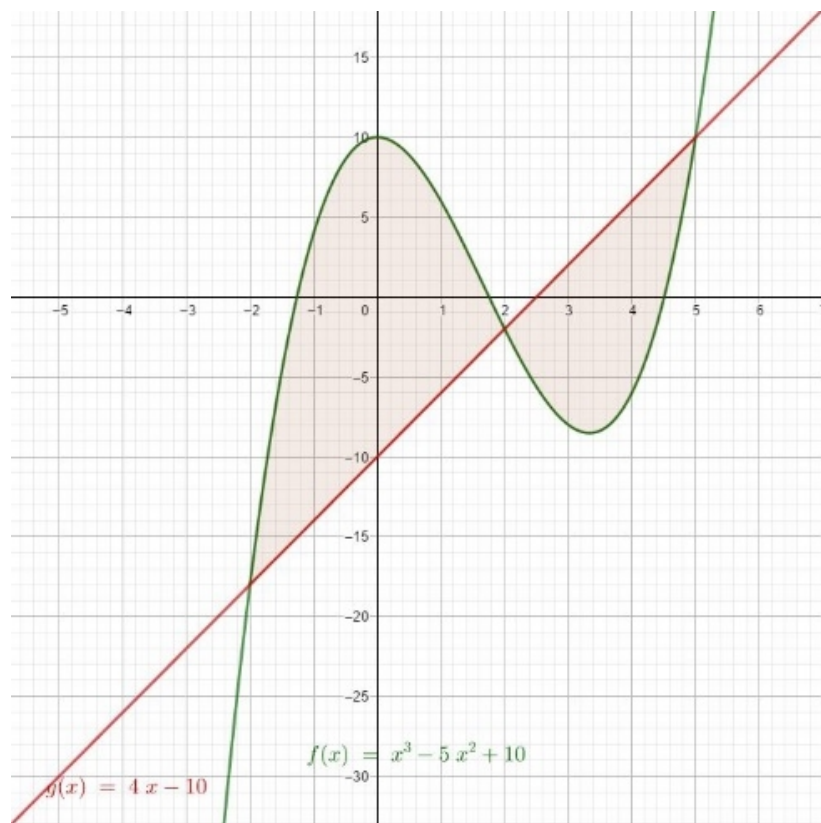
Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  qui prend la valeur  $\frac{1}{2}$  en  $x = 3$ .

**Question 6**

(5 + 3 = **8 points**)

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 10$  et  $g(x) = 4x - 10$ .

- Déterminer algébriquement la position relative des courbes représentatives  $C_f$  et  $C_g$ .
- Calculer l'aire  $A$  de la partie du plan délimitée par celles-ci.



## Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$		
$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\cos(\pi + x) = -\cos x$ $\tan(\pi + x) = \tan x$	$\sin(-x) = -\sin x$ $\cos(-x) = \cos x$ $\tan(-x) = -\tan x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$	
$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$ $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$	$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$	
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$	$\cos 3x = -3 \cos x + 4 \cos^3 x$	
$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$ $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$	$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$ $\tan p - \tan q = \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$	
$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$ $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ $\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$		