



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques II	I	Durée de l'épreuve : 3h Date de l'épreuve : 11/06/2020

Théorie :

(4 + 4 = 8 pts)

1) Démontrez :

- Si
- f est continue sur $[a ; b]$,
 - F est une primitive de f sur $[a ; b]$,

alors, pour tout $x \in [a ; b]$,

$$\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$$

En particulier :

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a), \quad \text{noté } [F(t)]_a^b.$$

Formule de **NEWTON-LEIBNIZ**

2) Démontrez :

$\forall x \in \mathbb{R}, (\exp_a x)' = \exp_a' 0 \cdot \exp_a x$, c'est-à-dire que la dérivée d'une fonction exponentielle est proportionnelle à la fonction elle-même.

Question 1:

(3,5 + 7 + 2 + 3 + 5,5 = 21 pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x^2 - 3)e^{-1-x}$ sur \mathbb{R} et soit G_f son graphe dans un repère orthonormé.

- 1) Déterminez les limites aux bords du domaine et étudiez l'existence d'asymptotes au graphe G_f .
- 2) Étudiez le sens de variation de f ainsi que la concavité de G_f et dressez un tableau récapitulatif complet.
- 3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de G_f avec les axes du repère.
- 4) Tracez G_f dans un repère orthonormé du plan d'unité 2 cm.
- 5) Calculez l'aire A de la partie du plan délimitée par G_f , l'axe des x et les droites d'équation $x = -1$ et $x = \sqrt{3}$.

Question 2 :

(2 + 2 + 3 = 7 pts)

- 1) Monsieur S. Croc propose un emprunt au taux annuel de 24%. Quel est le taux mensuel équivalent à ce taux annuel ? Exprimez ce taux en % et arrondissez à 10^{-2} près.
- 2) Pierre dépose 1000€ sur un compte d'épargne à un taux annuel de 5%. Après combien d'années son capital aura-t-il doublé ? Arrondissez à 10^{-1} près.
- 3) Après combien d'années un capital placé à un taux annuel de 5% sera-t-il égal à un capital de 1100€ placé à un taux annuel de 4%. Arrondissez à 10^{-1} près.

Question 3 :

(5 + 3 = 8 pts)

1) Résolvez dans \mathbb{R} l'inéquation suivante :

$$e^{2x+1} + e^{x+1} - e^x < 1$$

2) Calculez $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x-3}$

Question 4 :

((3,5 + 5,5) + 7 = 16 pts)

1) Déterminez les intégrales suivantes :

a) $\int_3^{3e} (1 - x^2) \ln\left(\frac{x}{3}\right) dx$

b) $\int \sin(2x) e^{-x} dx$

2) Calculez, dans un repère orthonormé de l'espace, le volume engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x - 13$ et $g(x) = x - 4$.