EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES **Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT**					
Date :	20.09.23	*Durée :*	08:15 - 11:00	*Numéro candidat :*	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	*Section(s) :*	CC / CC-4LANG		

Question 1 (4 points)

Démontrer que :

Si f est continue sur $[a;b]$ et si F est une primitive de f sur $[a;b]$,

alors, pour tout x de $[a;b]$, $\int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$.

En particulier : $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$, noté $[F(t)]_a^b$.

Question 2 (4 + 6 = 10 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $6 \cdot (3^x + 3^{-x}) - 7 = 3^{-x+2}$
2) $\log_{\sqrt{2}}(2x+3) - \log_2(6-x) \geq 1 - \log_{\frac{1}{2}}(1+2x)$

Question 3 (3 + 4 + 4 + 3 + 5 = 19 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = x(x-3)e^{1-\frac{x}{2}}$ et soit C_f sa représentation graphique.

1) Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de f.
2) Préciser le domaine de dérivabilité, montrer que $f'(x) = -\frac{1}{2}e^{1-\frac{x}{2}}(x^2 - 7x + 6)$, déterminer l'(es) extrema éventuel(s) et dresser le tableau de variation de f.
3) Déterminer le(s) point(s) d'inflexion éventuel(s) et dresser le tableau de concavité de f.
4) Tracer la courbe C_f, dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.
5) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. Indiquer la valeur exacte ainsi qu'une valeur au centième près de cette aire.

Question 4 (6 + 3 = 9 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + 2 - \ln\frac{2x}{x+1}$ et soit C_f sa représentation graphique.

1) Déterminer le domaine de définition de f et étudier le comportement asymptotique de f.
2) Déterminer la position de C_f par rapport à ses asymptotes obliques/horizontales éventuelles.

Question 5 (3 + 3 = 6 points)

1) Déterminer la limite suivante : $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{1-2x}$

2) Calculer l'intégrale : $\int \tan x\,(1 + \sin 2x)\,dx$

Question 6 (3 + 4 = 7 points)

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ par $f(x) = \frac{5x^2 - 7x - 7}{(x^2+9)(2x-1)}$.

1) Déterminer les réels a,b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$:

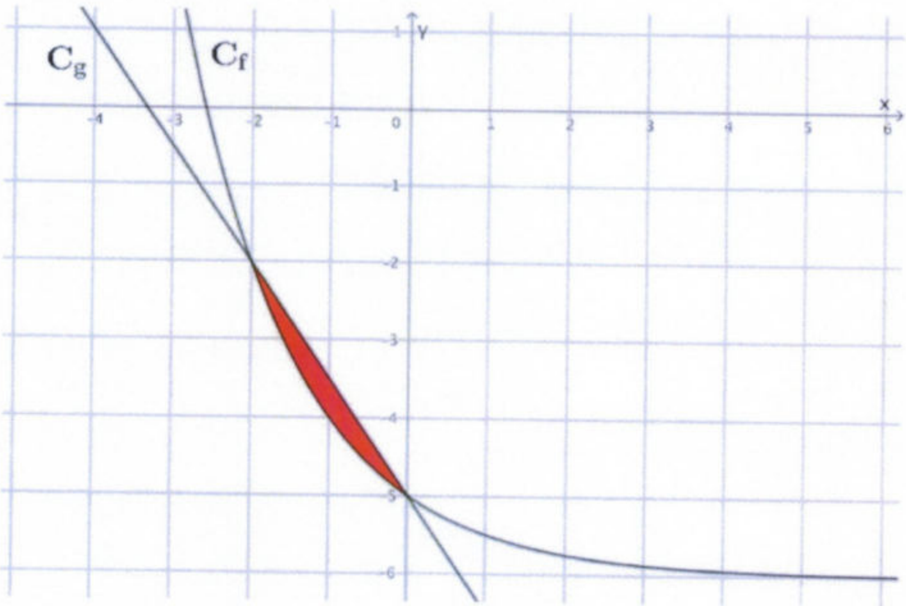
$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 9} + \frac{c}{2x - 1}$$

2) Déterminer la primitive de f qui prend la valeur $\ln 3$ pour $x = 0$.

Question 7 (5 points)

Dans cet exercice, vous pouvez vous servir des informations de la figure.

Calculer le volume V du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface délimitée par les graphes des fonctions f et g définies par $f(x) = 2^{-x} - 6$ et $g(x) = -\frac{3}{2}x - 5$. Indiquer la valeur exacte ainsi qu'une valeur au centième près de ce volume.



Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$		
$\cos^2 x = \frac{1}{1+\tan^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$	$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\cos(\pi + x) = -\cos x$	$\cos(-x) = \cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\tan(\pi + x) = \tan x$	$\tan(-x) = -\tan x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$	
$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$	
$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$		$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$
$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$		
$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$		$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$
$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$		
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$	
$\sin 2x = \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$	$\cos 2x = \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$
$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$	$\cos 3x = -3\cos x + 4\cos^3 x$	
$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$		$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$
$\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$		
$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$		$\tan p - \tan q = \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$
$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$		
$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$		
$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$		
$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$		