

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	08.06.23	Durée :	08:15 - 11:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	Section(s) :	CC / CC-4LANG		

Question de théorie

(4+2 = 6 pts.)

1. Démontrer :

Si a est un réel strictement positif distinct de 1, alors :

- pour tout réel strictement positif x , $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$;
- pour tout réel x , $(a^x)' = a^x \ln a$.

2. Démontrer :

Si F est une primitive de f sur un intervalle I de réels inclus dans le domaine de continuité de f , alors pour tout réel k , $F + k$ est aussi une primitive de f .

Question 1

(4+2+6+3+4 = 19 pts.)

Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{3}{2} + \frac{3 \ln x}{x}$. Soit C_f sa représentation graphique.

1. Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de la fonction f .
2. Étudier la position de C_f par rapport à une asymptote horizontale ou oblique éventuelle.
3. Après avoir précisé le domaine de dérivabilité calculer la fonction dérivée de f et dresser le tableau des variations de f .
4. Représenter C_f et les asymptotes dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).
5. Calculer l'aire A de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe C_f et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e^2$. Donner la valeur exacte de A .

Question 2

(4,5+4,5 = 9 pts.)

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $(3^{x+1} - 4) \cdot 3^x \leq -1$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\log_{\sqrt{3}}(3-x) - \log_3(x+1) - \log_9 25 = 0$.

Question 3

(3+3 = 6 pts.)

1. Calculer $\lim_{n \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2n}{5}\right)^{\frac{2}{n} + 4}$.

2. Déterminer une équation de la tangente t à la courbe d'équation $y = e^{\tan^2 x}$ au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$.

Question 4**(3+5+6 = 14 pts.)**

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = \left(2x + \frac{1}{3}\right)(3x^2 + x - 5)$.

Déterminer la primitive F de f sur \mathbb{R} pour laquelle $F(-2) = 0$.

2. Calculer $\int_1^0 \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

3. Calculer $\int -e^{3x} \cos(-2x) dx$.

Question 5**(6 pts.)**

Soit un repère orthonormé de l'espace.

Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface délimitée

par les graphes des fonctions $f(x) = x^2 + 2x + 2$ et $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$.