LE GOUVERNEMENT DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse	EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES 2020 CORRIGÉ – BARÈME	
BRANCHE	**SECTION(S)**	**ÉPREUVE ÉCRITE**
MATHÉMATIQUES II	**C, D**	*Durée de l'épreuve :* 3h 05min *Date de l'épreuve :* 18/09/2020

MATHÉMATIQUES II - Correction

Question 1 (2 + 2 = 4 points)

Voir EM66 page 55

Question 2 (5 + 3 + 2 + 3 + 3 = 16 points)

$f(x) = x\left(\ln\frac{x}{2} - 1\right)^2$

1) C.E. : $\frac{x}{2} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ $\qquad$ *dom* $f =]0; +\infty[$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{x}_{\to 0} \underbrace{\left(\ln\frac{x}{2} - 1\right)^2}_{\to +\infty} \text{ f.i.}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\left(\ln\frac{x}{2} - 1\right)^2}^{\to +\infty}}{\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to +\infty}} \text{ f.i.}$$

$$\overset{H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{2\left(\ln\frac{x}{2} - 1\right)\cdot\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\left(\ln\frac{x}{2} - 1\right)}^{\to -\infty}}{\underbrace{-\frac{1}{2x}}_{\to -\infty}} \text{ f.i.}$$

$$\overset{H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{2x^2}} = \lim_{x\to 0^+} 2x = 0$$

≪ Trou ≫ en $O(0;0)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \underbrace{x}_{\to+\infty} \underbrace{\left(\ln\frac{x}{2}-1\right)^2}_{\to+\infty} = +\infty \qquad \text{pas d'A.H.D.}$$

<u>A.O.D ?</u>

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(\ln\frac{x}{2}-1\right)^2}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \left(\ln\frac{x}{2}-1\right)^2 = +\infty \qquad \text{pas d'A.O.D., mais B.P. en } +\infty \text{ de direction } (Oy)$$

2) *dom* f' = *dom* f

$$f'(x) = 1\cdot\left(\ln\frac{x}{2}-1\right)^2 + x\cdot 2\left(\ln\frac{x}{2}-1\right)\cdot\frac{1}{x}$$
$$= \left(\ln\frac{x}{2}-1\right)^2 + 2\left(\ln\frac{x}{2}-1\right)$$
$$= \left(\ln\frac{x}{2}-1\right)\left(\ln\frac{x}{2}+1\right)$$
$$= \ln^2\frac{x}{2}-1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln^2\frac{x}{2} = 1$$
$$\Leftrightarrow \ln\frac{x}{2} = -1 \text{ ou } \ln\frac{x}{2} = 1$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = e^{-1} \text{ ou } \frac{x}{2} = e$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{e} \text{ ou } x = 2e$$

3) *dom* f'' = *dom* f'

$$f''(x) = 2\ln\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{x} = \frac{2}{x}\ln\frac{x}{2}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \ln\frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow \ln\frac{x}{2} = \ln 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

4) Tableau récapitulatif :

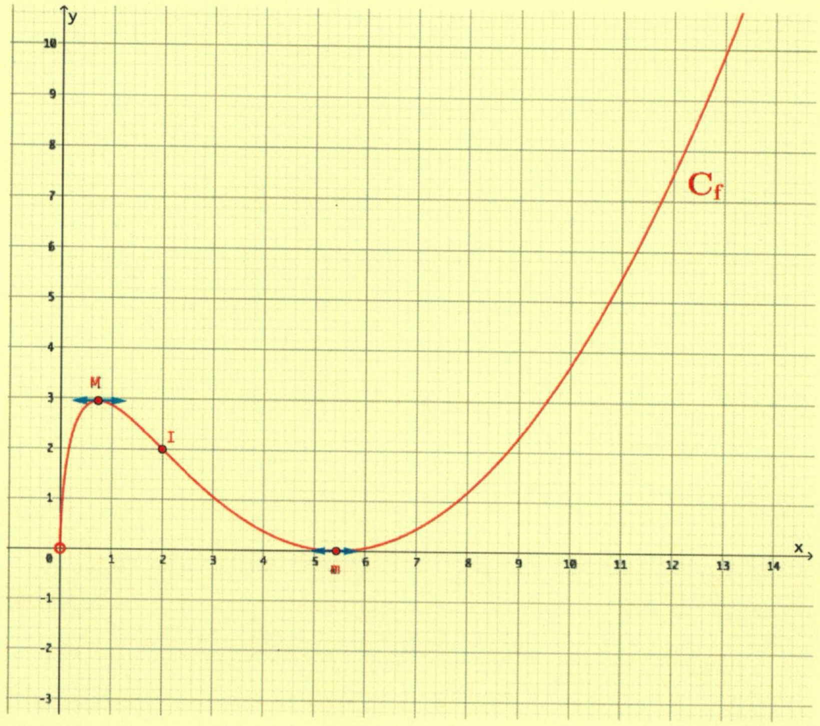
x	0		$\frac{2}{e}$		2		$2e$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$	$\|\|$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
f	$\|\|$ 0	$\nearrow$	$\frac{8}{e}$	$\searrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
C_f	$\|\|$	$\frown$		$\frown$	P.I.	$\smile$		$\smile$	

Maximum : $f\left(\frac{2}{e}\right) = \frac{2}{e}\left(\ln\frac{1}{e}-1\right)^2 = \frac{2}{e}(-1-1)^2 = \frac{8}{e} \approx 2,94$ $\qquad M\left(\frac{2}{e};\frac{8}{e}\right)$

Minimum : $f(2e) = 2e(\ln e - 1)^2 = 2e(1-1)^2 = 0$ $\qquad m(2e;0)$

Point d'inflexion : $f(2) = 2(\ln 1 - 1)^2 = 2$ $\qquad I(2;2)$

5) Représentation graphique :



Question 3 (8 + 2 = 10 points)

$f(x) = \dfrac{e^{x^2+x}}{(2-x)^2}$

1) C.E. : $(2-x)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ $\qquad$ $dom\ f = \mathbb{R} \setminus \{2\} = dom\ f'$

$$f'(x) = \frac{e^{x^2+x}(2x+1)(2-x)^2 - e^{x^2+x} \cdot 2(2-x) \cdot (-1)}{(2-x)^4}$$
$$= \frac{e^{x^2+x}(2x+1)(2-x)^2 + 2e^{x^2+x}(2-x)}{(2-x)^4}$$
$$= \frac{e^{x^2+x}(2-x)[(2x+1)(2-x)+2]}{(2-x)^4}$$
$$= \frac{e^{x^2+x}(4x-2x^2+2-x+2)}{(2-x)^3}$$
$$= \frac{e^{x^2+x}(-2x^2+3x+4)}{(2-x)^3}$$

Equation de la tangente à C_f au point d'abscisse a :

$t_a \equiv y - f(a) = f'(a)(x-a)$

$$\Leftrightarrow y - \frac{e^{a^2+a}}{(2-a)^2} = \frac{e^{a^2+a}(-2a^2+3a+4)}{(2-a)^3}(x-a)$$

$$A(2;0) \in t_a \Leftrightarrow -\frac{e^{a^2+a}}{(2-a)^2} = \frac{e^{a^2+a}(-2a^2+3a+4)}{(2-a)^3} \cdot (2-a)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{e^{a^2+a}}{(2-a)^2} = \frac{e^{a^2+a}(-2a^2+3a+4)}{(2-a)^2} \qquad | \cdot (2-a)^2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow -e^{a^2+a} = e^{a^2+a}(-2a^2+3a+4) \qquad | : e^{a^2-a} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 = -2a^2+3a+4$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 3a - 5 = 0 \qquad \left[\Delta = 49 > 0, a_1 = -1, a_2 = \frac{5}{2}\right]$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \text{ ou } a = \frac{5}{2}$$

C_f admet deux tangentes passant par $A(2;0)$, une au point d'abscisse -1 et l'autre au point d'abscisse $\frac{5}{2}$.

2) Equation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 :

$t_0 \equiv y - f(0) = f'(0)(x-0)$ $\qquad f(0) = \frac{1}{4}$ et $f'(0) = \frac{1}{2}$

$t_0 \equiv y - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}(x-0)$

$t_0 \equiv y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

Question 4 (8 + 2 = 10 points)

$f(x) = -x + \dfrac{2e^x}{1-4e^{2x}}$

1) C.E. $1 - 4e^{2x} \neq 0 \Leftrightarrow e^{2x} \neq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2x \neq -\ln 4 \Leftrightarrow x \neq -\ln 2$ $\qquad$ *dom* $f = \mathbb{R} \setminus \{-\ln 2\}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(\underbrace{-x}_{\to+\infty} + \frac{\overbrace{2e^x}^{\to 0}}{\underbrace{1-4e^{2x}}_{\to 1}}\right) = +\infty \qquad \text{pas d'A.H.G.}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\underbrace{-x}_{\to-\infty} + \frac{\overbrace{2e^x}^{\to+\infty}}{\underbrace{1-4e^{2x}}_{\to-\infty}}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\underbrace{-x}_{\to-\infty} + \underbrace{\frac{2e^x}{1-4e^{2x}}}_{\to 0}\right) = -\infty \text{ pas d'A.H.D.}$$

$$\text{Or, } \lim_{x\to+\infty} \frac{2e^x}{1-4e^{2x}} \overset{H}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{2e^x}{-8e^{2x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{-4e^x} = 0$$

On a : $f(x) = -x + \overbrace{\dfrac{2e^x}{1-4e^{2x}}}^{\varphi(x)}$ avec $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \varphi(x) = 0$

Donc : A.O. : $y = -x$

$$\lim_{x\to(-\ln 2)^-} f(x) = \lim_{x\to(-\ln 2)^-}\left(\underbrace{-x}_{\to\ln 2} + \frac{\overbrace{2e^x}^{\to 1}}{\underbrace{1-4e^{2x}}_{\to 0^+}}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to(-\ln 2)^+} f(x) = \lim_{x\to(-\ln 2)^+}\left(\underbrace{-x}_{\to\ln 2} + \frac{\overbrace{2e^x}^{\to 1}}{\underbrace{1-4e^{2x}}_{\to 0^-}}\right) = -\infty$$

A.V. : $x = -\ln 2$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$1-4e^{2x}$		$+$	0	$-$	

2) $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-\ln 2\} : \varphi(x) = \dfrac{2e^x}{1-4e^{2x}}$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$\varphi(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	
Position		$C_f/A.O.$	$\|\|$	$A.O./C_f$	

Question 5 (4 + 6 = 10 points)

1) $3^{2(x+1)} - \dfrac{4}{3^{2x}} = 35$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3^{2x}\cdot 3^2 - 4\cdot 3^{-2x} = 35 \qquad | \cdot 3^{2x}$

$\Leftrightarrow 9\cdot 3^{4x} - 4 = 35\cdot 3^{2x}$

$\Leftrightarrow 9\cdot 3^{4x} - 35\cdot 3^{2x} - 4 = 0 \qquad$ Posons : $y = 3^{2x} > 0$

$\Leftrightarrow 9y^2 - 35y - 4 = 0 \qquad \left[\Delta = 1369 > 0, y_1 = 4, y_2 = -\dfrac{1}{9}\right]$

$\Leftrightarrow y = 4$ ou $y = -\dfrac{1}{9}$

$\Leftrightarrow 3^{2x} = 4$ ou $\underbrace{3^{2x} = -\dfrac{1}{9}}_{\text{impossible, car } 3^{2x} > 0}$

$\Leftrightarrow 3^{2x} = 3^{\log_3 4}$

$\Leftrightarrow 2x = 2\log_3 2 \qquad | : 2$

$\Leftrightarrow x = \log_3 2 \qquad S = \{\log_3 2\}$

2) $\log_{\sqrt{2}}(3x-2)+\log_{\frac{1}{2}}(4-x)\leqslant \log_2(5x+6)-1$

C.E. : (1) $3x-2>0 \Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$ (2) $4-x>0 \Leftrightarrow x<4$ (3) $5x+6>0 \Leftrightarrow x>-\frac{6}{5}$

$D=\left]\frac{2}{3};4\right[$

$$\log_{\sqrt{2}}(3x-2)+\log_{\frac{1}{2}}(4-x)\leqslant \log_2(5x+6)-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln(3x-2)}{\ln\sqrt{2}}+\frac{\ln(4-x)}{\ln\frac{1}{2}}\leqslant\frac{\ln(5x+6)}{\ln 2}-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln(3x-2)}{\frac{1}{2}\ln 2}+\frac{\ln(4-x)}{-\ln 2}\leqslant\frac{\ln(5x+6)}{\ln 2}-1 \qquad |\cdot\ln 2$$

$$\Leftrightarrow 2\ln(3x-2)-\ln(4-x)\leqslant\ln(5x+6)-\ln 2$$

$$\Leftrightarrow 2\ln(3x-2)+\ln 2\leqslant\ln(5x+6)+\ln(4-x)$$

$$\Leftrightarrow \ln(3x-2)^2+\ln 2\leqslant\ln[(5x+6)(4-x)]$$

$$\Leftrightarrow \ln[2(3x-2)^2]\leqslant\ln[(5x+6)(4-x)]$$

$$\Leftrightarrow 2(9x^2-12x+4)\leqslant 20x-5x^2+24-6x$$

$$\Leftrightarrow 18x^2-24x+8-14x+5x^2-24\leqslant 0$$

$$\Leftrightarrow 23x^2-38x-16\leqslant 0 \qquad \left[\Delta=2916>0, x_1=2, x_2=-\frac{8}{23}\right]$$

x	$-\infty$		$-\frac{8}{23}$		2		$+\infty$
$23x^2-38x-16$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left]\frac{2}{3};2\right]$

Question 6 ((4 + 3) + 3 = 10 points)

1) a) $$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{4-x}{1-x}\right)^{2x-3}=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1-x+3}{1-x}\right)^{2x-3}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{3}{1-x}\right)^{2x-3}$$

Posons : $h=\frac{3}{1-x}\Leftrightarrow 1-x=\frac{3}{h}$

$\Leftrightarrow x=1-\frac{3}{h}$

Si $x\to-\infty$, alors $h\to 0^+$

$$=\lim_{h\to 0^+}(1+h)^{2\cdot\left(1-\frac{3}{h}\right)-3}$$

$$=\lim_{h\to 0^+}(1+h)^{2-\frac{6}{h}-3}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} (1+h)^{-\frac{6}{h}-1}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \left\{ \Bigg[\underbrace{(1+h)^{\frac{1}{h}}}_{\to e} \Bigg]^{-6} \cdot \underbrace{(1+h)^{-1}}_{\to 1} \right\}$$

$$= e^{-6} \cdot 1 = \frac{1}{e^6}$$

b) $\lim_{x\to+\infty} [5^{1-2x} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(2x+1)] = \lim_{x\to+\infty} [\underbrace{5^{1-2x}}_{\to 0} \cdot \underbrace{\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)}_{\to -\infty}]$ f.i.

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\overbrace{\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)}^{\to -\infty}}{\underbrace{5^{-1+2x}}_{\to +\infty}} \text{ f.i.}$$

$$\stackrel{H}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{2}{2x+1} \cdot \frac{1}{\ln \frac{1}{3}}}{5^{-1+2x} \cdot 2 \cdot \ln 5}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\overbrace{\frac{2}{-\ln 3(2x+1)}}^{\to 0^-}}{\underbrace{2\ln 5 \cdot 5^{-1+2x}}_{\to +\infty}} = 0$$

2) $f(x) = (x^2-4)^{2-x} = e^{(2-x)\ln(x^2-4)}$

C.E. : $x^2 - 4 > 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

$dom\ f =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[= dom\ f'$

$$f'(x) = e^{(2-x)\ln(x^2-4)} \cdot \left[-\ln(x^2-4) + (2-x) \cdot \frac{2x}{x^2-4} \right]$$

$$= e^{(2-x)\ln(x^2-4)} \cdot \left[-\ln(x^2-4) - (x-2) \cdot \frac{2x}{(x-2)(x+2)} \right]$$

$$= (x^2-4)^{2-x} \cdot \left(-\ln(x^2-4) - \frac{2x}{x+2} \right)$$

Question 7 ((2 + (4 + 4) = 10 points)

1) $$\int \frac{6-3x}{\sqrt{x^2-4x}}\,dx = \int -3(x-2)(x^2-4x)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$
$$= \int -\frac{3}{2}\underbrace{(2x-4)}_{u'}\underbrace{(x^2-4x)^{-\frac{1}{2}}}_{u^{-\frac{1}{2}}}\,dx$$
$$= -\frac{3}{2}\cdot 2\sqrt{x^2-4x}+c\ (c\in\mathbb{R})$$
$$= -3\sqrt{x^2-4x}+c\ (c\in\mathbb{R})$$

2) a) $f(x) = \dfrac{14x^2-7x+19}{(x^2+9)(3x-1)}$ $\qquad$ $dom\ f = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

$$\frac{14x^2-7x+19}{(x^2+9)(3x-1)} = \frac{ax+b}{x^2+9}+\frac{c}{3x-1}$$
$$\Leftrightarrow \frac{14x^2-7x+19}{(x^2+9)(3x-1)} = \frac{(ax+b)(3x-1)+c(x^2+9)}{(x^2+9)(3x-1)}$$
$$\Leftrightarrow \frac{14x^2-7x+19}{(x^2+9)(3x-1)} = \frac{3ax^2-ax+3bx-b+cx^2+9c}{(x^2+9)(3x-1)} \qquad |\cdot(x^2+9)(3x-1)$$
$$\Leftrightarrow 14x^2-7x+19 = (3a+c)x^2+(-a+3b)x+(-b+9c)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+c=14 & (E_1)\\ -a+3b=-7 & (E_2)\to(E_1)+3\cdot(E_2)\\ -b+9c=19 & (E_3)\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+c=14 & (E_1)\\ 9b+c=-7 & (E_2')\\ -b+9c=19 & (E_3)\to(E_2')+9\cdot(E_3)\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+c=14 & (E_1)\\ 9b+c=-7 & (E_2')\\ 82c=164 & (E_3')\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2=14\\ 9b+2=-7\\ c=2\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4\\ b=-1\\ c=2\end{cases} \qquad \text{Donc : } f(x)=\frac{4x-1}{x^2+9}+\frac{2}{3x-1}$$

b) $f(x) = \dfrac{4x}{x^2+9} - \dfrac{1}{x^2+9} + \dfrac{2}{3x-1}$

$= 2 \cdot \dfrac{2x}{x^2+9} - \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{\left(\dfrac{x}{3}\right)^2 + 1} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{3x-1}$

$F(x) = 2\ln(x^2+9) - \dfrac{1}{3} \text{ Arc tan} \left(\dfrac{x}{3}\right) + \dfrac{2}{3} \ln|3x-1| + c \ (c \in \mathbb{R})$

$F(0) = 5\ln 3 \Leftrightarrow 2\ln 9 - \dfrac{1}{3} \text{ Arc tan } 0 + \dfrac{2}{3} \ln 1 + c = 5\ln 3$

$\Leftrightarrow 4\ln 3 + c = 5\ln 3$

$\Leftrightarrow c = \ln 3$

Sur $I = \left]-\infty; \dfrac{1}{3}\right[$, $F(x) = 2\ln(x^2+9) - \dfrac{1}{3} \text{ Arc tan} \left(\dfrac{x}{3}\right) + \dfrac{2}{3} \ln|3x-1| + \ln 3$

Question 8 (2 + 4 + 4= 10 points)

1) $\displaystyle\int_{-1}^{2} (3x^2-4x)(x^3-2x^2+1)\, dx = \int_{-1}^{2} \underbrace{(3x^2-4x)}_{u'} \underbrace{(x^3-2x^2+1)}_{u} dx$

$= \left[\dfrac{1}{2}(x^3-2x^2+1)^2\right]_{-1}^{2}$

$= \dfrac{1}{2} - 2 = -\dfrac{3}{2}$

2) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \sin^2 x(1+\sin x)\, dx = \int_{0}^{\pi} (\sin^2 x + \sin^3 x)\, dx$

$\displaystyle= \int_{0}^{\pi} (\sin^2 x + \sin^2 x \cdot \sin x)\, dx$

$\displaystyle= \int_{0}^{\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x) + (1-\cos^2 x)\cdot \sin x\right] dx$

$\displaystyle= \int_{0}^{\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\cos(2x)\cdot 2 + \sin x + (\cos x)^2 \cdot (-\sin x)\right] dx$

$= \left[\dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4}\sin(2x) - \cos x + \dfrac{1}{3}\cos^3 x\right]_0^{\pi}$

$= \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{1}{4}\sin(2\pi) - \cos\pi + \dfrac{1}{3}\cos^3\pi\right) - \left(0 - 0 - \cos 0 + \dfrac{1}{3}\cos^3 0\right)$

$= \left(\dfrac{\pi}{2} - 0 + 1 - \dfrac{1}{3}\right) - \left(0 - 0 - 1 + \dfrac{1}{3}\right)$

$= \left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{2}{3}\right) - \left(-\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{4}{3}$

3) $\displaystyle\int_1^e \frac{1-\ln x}{x^3}\,dx = \int_1^e \frac{1}{x^3}\cdot(1-\ln x)\,dx$ $\qquad f(x) = 1-\ln x \qquad g'(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$

$\qquad f'(x) = -\frac{1}{x} \qquad g(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$

$$\overset{IPP}{=} \left[\frac{1-\ln x}{-2x^2}\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2x^3}\,dx$$
$$= \left[\frac{1-\ln x}{-2x^2}\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x^{-3}\,dx$$
$$= \left(0+\frac{1}{2}\right) - \left[-\frac{1}{4x^2}\right]_1^e$$
$$= \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{4e^2}+\frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4e^2} = \frac{e^2+1}{4e^2}$$

Question 9 (6 + 4 = 10 points)

1) $\displaystyle\int (x^2-3x+2)e^{2-x}\,dx \overset{IPP}{=} [-e^{2-x}(x^2-3x+2)] - \int -e^{2-x}(2x-3)\,dx$

$\qquad f_1(x) = x^2-3x+2 \qquad g_1'(x) = e^{2-x}$

$\qquad f_1'(x) = 2x-3 \qquad g_1(x) = -e^{2-x}$

$$= -e^{2-x}(x^2-3x+2) + \int e^{2-x}(2x-3)\,dx$$

$\qquad f_2(x) = 2x-3 \qquad g_2'(x) = e^{2-x}$

$\qquad f_2'(x) = 2 \qquad g_2(x) = -e^{2-x}$

$$\overset{IPP}{=} -e^{2-x}(x^2-3x+2) - e^{2-x}(2x-3) - \int -2e^{2-x}\,dx$$
$$= -e^{2-x}(x^2-3x+2) - e^{2-x}(2x-3) - 2e^{2-x} + c \ (c\in\mathbb{R})$$
$$= e^{2-x}(-x^2+3x-2-2x+3-2) + c \ (c\in\mathbb{R})$$
$$= e^{2-x}(-x^2+x-1) + c \ (c\in\mathbb{R})$$

Aire :

$$A = -\int_1^2 (x^2-3x+2)e^{2-x}\,dx + \int_2^3 (x^2-3x+2)e^{2-x}\,dx$$
$$= -\left[e^{2-x}(-x^2+x-1)\right]_1^2 + \left[e^{2-x}(-x^2+x-1)\right]_2^3$$
$$= -(-3+e) + \left(-\frac{7}{e}+3\right)$$
$$= 6-e-\frac{7}{e} \approx 0,7 \text{ u.a.}$$

2) Volume :

$$
\begin{aligned}
V &= \pi \int_0^2 \left[(g(x))^2 - (f(x))^2\right] dx \\
&= \pi \int_0^2 \left[(2^x - 5)^2 - \left(\frac{3}{2}x - 4\right)^2\right] dx \\
&= \pi \int_0^2 \left(2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 25 - \frac{9}{4}x^2 + 12x - 16\right) dx \\
&= \pi \int_0^2 \left(2^{2x} - 10 \cdot 2^x - \frac{9}{4}x^2 + 12x + 9\right) dx \\
&= \pi \left[\frac{2^{2x}}{2\ln 2} - \frac{10}{\ln 2} \cdot 2^x - \frac{3}{4}x^3 + 6x^2 + 9x\right]_0^2 \\
&= \pi \left[\left(\frac{2^4}{2\ln 2} - \frac{10}{\ln 2} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2\right) - \left(\frac{2^0}{2\ln 2} - \frac{10}{\ln 2} \cdot 2^0 - \frac{3}{4} \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 9 \cdot 0\right)\right] \\
&= \pi \left(\frac{8}{\ln 2} - \frac{40}{\ln 2} - 6 + 24 + 18 - \frac{1}{2\ln 2} + \frac{10}{\ln 2}\right) \\
&= \pi \left(36 - \frac{45}{2\ln 2}\right) \\
&\approx 11,12 \text{ u.v.}
\end{aligned}
$$