

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES

Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	15.09.23	Durée :	08:15 - 12:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques II - Informatique - Mathématiques 2	Section(s) :	CB / CB-4LANG		

Question 1 (6 + 4 + 4 = 14 points)

- 1) Déterminer, en fonction du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation suivante :

$$(m - 7)4^{-x} - (m + 3)4^x = m$$

- 2) Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

a) $\log_3|x - 3| = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) + \log_{\sqrt{3}}(2 - x)$

b) $6^{x+\frac{3}{2}} - 5^{2x} \geq 6^{x+\frac{1}{2}} + 5^{2x+1}$

Question 2 (2 + 4 = 6 points)

- 1) Calculer $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$ sur un intervalle I à préciser.

- 2) Calculer $\int_1^{e^{-\frac{3\pi}{4}}} \cos(\ln x) dx$.

Question 3 (3 + 3 + 5 = 11 points)

Soit f_m la fonction définie par $f_m(x) = e^{\frac{mx-2}{x+1}}$ avec le paramètre $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

et soit C_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- Indiquer le domaine de définition de f_m et étudier, en fonction de m , le comportement asymptotique de f_m .
- Etablir, en fonction de m , le tableau des variations de f_m .
- Etablir, en fonction de m , le tableau de concavité de C_m et montrer que pour chaque m , C_m admet exactement un seul point d'inflexion dont on précisera les coordonnées.

Question 4 (2 + 4 + 7 + 4 + 2 = 19 points)**Partie 1 :**

Soit g la fonction définie par $g(x) = x + 1 - e^x$.

Etudier les variations de g et en déduire le signe de g .

Partie 2 :

Soit f la fonction définie par
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 + (x-1)e^x}{1 - e^x} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x(1 - \ln x)^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.
- 2) Etudier le comportement asymptotique de f , les variations de f et tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé.
- 3) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan comprise entre C_f et les trois droites d'équation $y = 0$, $x = e$ et $x = \lambda$ tel que $0 < \lambda < e$.
- 4) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$.

Question 5 (2 + 8 = 10 points)

Dans un repère orthonormé du plan, on donne le cercle C de centre $A(-2;1)$ et de rayon 5 et la courbe C_f d'équation $y = -x^2 + 6x - 8$.

On note D la partie du plan comprenant le point A et délimitée par C_f et le cercle C .

- 1) Faire une figure et vérifier par calcul les coordonnées des points d'intersection de C et de C_f .
- 2) Calculer la valeur exacte et la valeur approchée au centième près de l'aire de la surface D .