Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013 **Sections: C et D** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

Exercice 1 (3+3=6 points)

1) Démontrer que $(\forall a, b \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}), (\forall x \in]0;+\infty[)$: $\log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$.

2) Calculer, en justifiant, la limite suivante : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{3}{4x}\right)^{1-2x}$

Exercice 2 (6+6=12 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\log_3(2-x) - \log_9(9-x^2) \leq \log_3(\sqrt{3})$

b) $\dfrac{5^x + 5^{-x}}{1 - 5^{-x}} = 5$

Exercice 3 (4+4+1+2+2+4=17 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{2x - x^2}{e^{x-2}}$

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f et étudier le comportement asymptotique de f.
2) Etudier le sens de variation de f, déterminer le(s) extrema(s) éventuel(s) et dresser le tableau de variation de f.
3) Déterminer l'intersection de la courbe C_f de f avec l'axe des abscisses.
4) Déterminer une équation de la tangente t_3 à la courbe C_f de f au point d'abscisse 3.
5) Tracer la courbe C_f de f ainsi que la tangente t_3 dans un repère orthonormé d'unité $1\ cm$.
6) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe C_f de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 4 (4+3=7 points)

1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = 1 - x - \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

   Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de la fonction f.

2) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \left(\sqrt{2x}\right)^x$

   Déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivabilité et l'expression de la dérivée de la fonction f.

Exercice 5 (3+3=6 points)

Calculer les intégrales suivantes et donner à chaque fois la valeur exacte ainsi que la valeur approchée à 10^{-2} près.

a) $\displaystyle\int_1^e \frac{(1-x)^2}{x^3}\, dx$

b) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan(x))^2\, dx$

TOURNER S.V.P. ↪

Exercice 6 (2+3=5 points)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{4x^2 + 2x + 5}{x^3 + x}$

1) Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$: $f(x) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{bx + c}{x^2 + 1}$

2) Déterminer sur un intervalle I à préciser la primitive F de f qui prend la valeur $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ en $x = -1$.

Exercice 7 (2+5=7 points)

Dans un repère orthonormé on donne les fonctions f et g définies par : $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = (\ln(x))^2$.

1) Calculer les coordonnées des points d'intersections de la courbe $\mathcal{C}_f$ de f et de la courbe $\mathcal{C}_g$ de g, puis étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à celle de $\mathcal{C}_g$.

2) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les deux représentations graphiques (valeur exacte et valeur approchée à 10^{-2} $u.a.$ près).