

Examen de fin d'études secondaires 2012

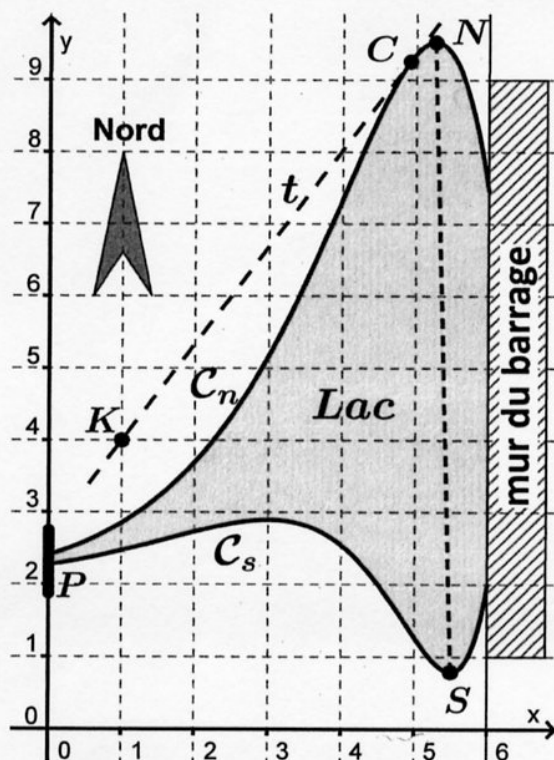
Section : C, D

Branche : Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

jeun

Lac artificiel



La carte montre un lac artificiel délimité par le pont P , par un bord nord C_n , un bord sud C_s et par le mur du barrage d'équation $x = 6$. Une unité de longueur sur la carte correspond à 100 m en réalité.

Le bord du nord du lac est décrit par la

$$\text{fonction } n : x \mapsto 2 + (4x^2 - 68x + 273) e^{x - \frac{13}{2}},$$

avec $x \in [0; 6]$

Le bord du sud du lac est décrit par la

$$\text{fonction } s : x \mapsto 2 + 2(2x^2 - 21x + 54) e^{x-6},$$

avec $x \in [0; 6]$

Indication pour les calculs :

passer en mode "APPROXIMATE".

1. Déterminer la superficie \mathcal{A} du lac en m^2 . Déterminer la profondeur moyenne m du lac, sachant que le volume V contenu dans le lac vaut environ $3,5 \cdot 10^5 \text{ m}^3$.
2.
 - a) Déterminer les coordonnées du point S le plus au sud du lac et du point N le plus au nord du lac.
 - b) Déterminer la distance d entre les deux points S et N .
Rappel : soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, on a : $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
 - c) Un bateau naviguant à 9 km/h relie en ligne droite les points S et N .
Déterminer la durée T d'un tel parcours en minutes, secondes.
 - d) Un coureur à pied part au même moment du point S que le bateau en courant le long du lac, en passant par le mur du barrage. Qui arrivera en premier au point N , sachant que le coureur se déplace avec une vitesse de 10 km/h.
Rappel : pour une fonction dérivable sur $[a; b]$, la formule permettant de calculer la longueur ℓ de la partie du graphe de la fonction f allant de $M(m; f(m))$ à $N(n; f(n))$ est donnée par : $\ell = \int_m^n \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$.
3. On veut réaliser une piste cyclable t en ligne droite passant par le point $K(1; 4)$ et qui est tangente en un point C de la partie nord du bord du lac. Déterminer les coordonnées du point C et donner l'équation de la droite t .

3+7+5 = 15 points

