

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: C, D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

Question I (3 points)

Démontrer la propriété suivante :

Si $a \in \mathbb{R}_+^0 \setminus \{1\}$, alors

- $\forall x \in \mathbb{R}_+^0, (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$;
- $\forall x \in \mathbb{R}, (a^x)' = a^x \ln a$.

Question II (4 + 6 = 10 points)

Résoudre dans \mathbb{R} :

1) $e^x - e^{-x} = 3 \cdot (1 + e^{-x})$

2) $\log_{25}(5 - 2x) \geq \log_5 x - \frac{1}{2}$

Question III (4 + 2 = 6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \left(\frac{-x+1}{2-x}\right)^{3x}$.

- 1) Trouver les domaines de définition et de dérivabilité de f . Calculer la dérivée f' .
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Question IV (5 + 5 = 10 points)

1) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{4+x}{\sqrt{2x-1}}$.

Trouver sur un intervalle I à préciser la primitive de f qui prend la valeur 20 en 5.

2) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les courbes d'équation $y = -3x^2 - 10x + 5$ et $y = 5 - x^3$.

Question V (12 + 2 + 2 = 16 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x - \ln(2x)}{x}$.

- 1) Faire une étude complète de f :
 - a) domaines de définition et de dérivabilité ;
 - b) limites et asymptotes ;
 - c) dérivée première et dérivée seconde ;
 - d) tableau récapitulatif (avec variations, extrema éventuels, concavité, points d'inflexion éventuels) ;
 - e) représentation graphique dans un repère orthonormé (unité 2 cm).
- 2) Etablir une équation de la tangente t au graphe C_f de f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
Représenter t dans le même repère que C_f .
- 3) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , l'axe des x et les droites d'équation $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{e}{2}$.

