

Examen de fin d'études secondaires 2005

Section: C,D

Branche: Mathématiques II

Nom et prénom du candidat

I. 1) a) Définir : fonction Arc cosinus.

b) Démontrer : pour tout x de $] -1 ; 1[$:
 $(\text{Arc cos } x)' = \dots$

2) a) Définir : primitive d'une fonction.

b) Démontrer : si F et G sont des primitives de f sur I , I est un intervalle inclus dans le domaine de continuité de f , alors il existe une constante C telle que $F(x) - G(x) = C$, pour tout réel x de I .

3) Soit la fonction $f : x \rightarrow \text{Arc cos } \frac{x+2}{x-2}$

- a) Déterminer le domaine de dérivabilité de f .
b) Calculer $f'(x)$.

(5+5+5 = 15 pts)

II. Résoudre l'équation et les inéquations suivantes :

1) $e^{2x-1} + e^x = e^{-1} + 1$

2) $(0,4)^{x^2+7x} > (6,25)^{3-x}$

3) $\ln \sqrt{2x+3} \leq \ln \sqrt{e} - \frac{1}{2} \ln(1-2x)$

(4+4+7 = 15 pts)

III. Soit la fonction $f : x \rightarrow (x^2 + x + 1) e^{-x}$

1) Etudier f :

- a) domaine de définition et de dérivabilité
b) limites et asymptotes y compris la recherche d'une asymptote oblique éventuelle
c) sens de variation et tableau des variations
d) point(s) d'inflexion
e) graphe cartésien

2) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par le graphe cartésien de f , l'axe des x et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

(1+4+3+3+3+6 = 20 pts)

IV. Calculer les intégrales suivantes :

1) $\int \frac{3x-2}{\sqrt{5-x^2}} dx$

2) $\int_0^1 (x+3)(x+1)^{-4} dx$

3) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

(3+4+3 = 10 pts)