

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	19.09.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques 1		Section(s) :	CI	

Question 1

11pts

On donne dans \mathbb{C} le polynôme

$$P(z) = 2z^3 + (5 + 3i)z^2 + 14iz - (8 + 4i)$$

Sachant que P admet une racine imaginaire pure, résoudre l'équation $P(z) = 0$ et factoriser $P(z)$.

Question 2

4 + 1 + 6 = 11pts

Soient les nombres complexes

$$z_1 = \frac{4\sqrt{3} + 3i}{\sqrt{3} + i} - 2i - 3 - \frac{2 + \frac{1}{2}i}{i} \quad \text{et} \quad z_2 = 2\text{cis}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

1. Écrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
2. Écrire z_2 sous forme algébrique.
3. Soit $Z = z_1 \cdot z_2$.

Déterminer algébriquement la forme algébrique et trigonométrique de Z et en déduire les valeurs exactes de $\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$

et de $\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$

Question 3

3 + 7 = 10pts

Soit le système (S) suivant ($m \in \mathbb{R}$) :

$$\begin{cases} mx - 2y + 2z & = -1 \\ -x + (m - 2)y + 3z & = 2 \\ x - 2y + z & = m \end{cases}$$

1. Déterminer les valeurs du paramètre m pour lesquelles le système admet une solution unique.
2. Résoudre et interpréter géométriquement le système pour $m = 0$ et $m = -1$.

Question 4**4 + 2 + 4 = 10pts**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(1;0;1)$, $B(-2;4;1)$ et $C(0;-3;2)$ et la droite d donnée par son système d'équations paramétriques :

$$d \equiv \begin{cases} x = 2k + 3 \\ y = -k + 1 \\ z = k - 1 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

1. Établir une équation cartésienne du plan π_1 passant par le point A et contenant la droite d .
2. Établir une équation cartésienne du plan π_2 parallèle au plan π_1 passant par le point B .
3. Est-ce que la droite (BC) perce le plan π_1 ? Si oui, indiquer les coordonnées du point d'intersection.

Question 5**(2 + 3 + 3) + (2 + 3) + 5 = 18pts**

1. Dans une boîte, un artiste a placé des tubes de gouache : il y a 4 tubes de gouache rouge, 2 tubes de gouache bleue et 3 tubes de gouache jaune. Il tire simultanément, au hasard, 3 tubes de sa boîte.
 - a) Quelle est la probabilité de l'évènement A : tirer les 2 tubes de gouache bleue et un tube de gouache jaune?
 - b) Quelle est la probabilité de l'évènement B : tirer 3 tubes de gouache de couleurs différentes?
 - c) Le violet s'obtenant en mélangeant du bleu et du rouge, quelle est la probabilité de l'évènement C : faire du violet à l'aide des trois tubes tirés?
2. Le système hexadécimal est un système de numérotation de position en base 16. Les 16 symboles du système hexadécimal sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E et F. Un routeur est protégé par un code de 5 symboles du système hexadécimal.
 - a) Combien y a-t-il de codes différents, sachant que le premier symbole est un 7?
 - b) Combien y a-t-il de codes différents, sachant que le premier symbole est une lettre et le dernier est un chiffre?
3. Calculer le terme en x^{11} dans le développement de $\left(\sqrt{5} x^3 - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^9$.