

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	17.05.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques 1	Section(s) :	CI		

Question 1

(9 points)

On donne dans \mathbb{C} le polynôme $P(z) = 2z^3 - (6 - i)z^2 + (2 + 3i)z - 3 + i$. Sachant que P admet i comme racine imaginaire pure, résoudre l'équation $P(z) = 0$ et factoriser $P(z)$.

Question 2

(4 + 6 = 10 points)

Les questions suivantes sont indépendantes :

1. Écrire le nombre complexe $z_1 = \left(\frac{\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{6}\right)} \right)^5$ sous forme algébrique.
2. Soit le nombre complexe $z_2 = -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$
Calculer les racines troisièmes de z_2 puis, construire dans le plan de Gauss le polygone dont les sommets ont pour affixe les racines trouvées.

Question 3

(19 points)

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs du paramètre réel m le système (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} -mx + my + z = m - 2 \\ x + y + z = 0 \\ -2x + 2y + (m - 1)z = 0 \end{cases}$$

Question 4

(2 + 2 + 1 + 3 = 8 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(1;0;2)$, $B(0;2;1)$ et $C(-1; -1;2)$ appartenant au plan $\pi_1 \equiv x + 6y - 5z + 5 = 0$.

1. Établir un système d'équations paramétriques du plan π_1 passant par A , B et C .
2. Établir une équation cartésienne du plan π_2 parallèle à π_1 et passant par $D(3; -1;0)$.
3. Le point $E(1; -1;0)$ appartient-il au plan π_2 ?
4. Établir un système d'équations paramétriques puis cartésiennes de la droite d perpendiculaire à π_1 et passant par $E(0;1;3)$.

Question 5**(3 + 4 + 3 + 4 = 14 points)**

1. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32.
 - a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une dame?
 - b) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 piques et exactement 3 as ?
2. Une urne contient 3 boules rouges, 4 boules noires et 7 boules blanches.
 - a) On tire successivement et avec remise 3 boules. Quelle est la probabilité que ce soient 3 boules de couleur différente ?
 - b) On tire successivement et sans remise 3 boules. Quelle est la probabilité que ce soient 3 boules de la même couleur ?