

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	08.06.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques 1		Section(s) :	CI	

Question 1 (7+4 = 11 p)

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

- 1) $2z^2 + (2 + 5i)z - 1 + 13i = 0$
 - 2) $(3 - i)z + 4i\bar{z} = 2 + 5i$
-

Question 2 (3+4 = 7 p)

On considère les nombres complexes :

$$z_1 = \sqrt{3} - \sqrt{3}i \quad ; \quad z_2 = -6i \operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad ; \quad Z = \frac{(z_1)^6}{(z_2)^4}$$

- 1) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
 - 2) Déterminer la forme algébrique de Z .
-

Question 3 (5+7 = 12 p)

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$\begin{cases} (m - 1)x + y + z = 1 - m \\ x - (m + 1)z = -1 \\ -mx - 2y + 2mz = 2m + 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le système admet une solution unique.
 - 2) Résoudre et interpréter géométriquement le système pour $m = 0$ et pour $m = -1$.
-

Question 4 (2+4+(3+4+1) = 14 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace, on considère le point $A(-8; 2; 1)$ et le plan $\pi \equiv 5x + 2y + 4z = 13$.

- 1) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d passant par A et perpendiculaire au plan π .
- 2) Étudier l'intersection de la droite d et du plan π , puis interpréter géométriquement.
- 3) On donne la droite d' suivante :

$$d' \equiv \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2y + z - 8 = 0 \end{cases}$$

- a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d' .
Les droites d et d' sont-elles parallèles ? Justifier.
 - b) Étudier l'intersection des droites d et d' .
 - c) Conclure en ce qui concerne la position relative des droites d et d' .
-

Question 5 ((1+4+4)+(3+4) = 16 points)

- 1) Parmi 12 hommes et 8 femmes, il faut élire un comité formé par un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier. Les charges ne sont pas cumulables (c'est-à-dire une personne ne peut pas occuper simultanément deux postes).
 - a) De combien de manières peut-on élire ce comité ?
 - b) De combien de manières peut-on choisir ce comité si on veut avoir deux hommes et deux femmes dans le comité ?
 - c) De combien de manières peut-on choisir ce comité sachant que Madame Boulanger refuse de participer au comité avec Monsieur Boucher.
- 2) D'un jeu bien mélangé de 32 cartes, on extrait au hasard et simultanément 3 cartes.
 - a) Calculer la probabilité d'obtenir 3 cartes de même couleur (Note : dans un tel jeu, on trouve quatre couleurs : cœur, carreau, pique et trèfle).
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement un as et deux cœurs.