LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2022

DISCIPLINE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE	
Mathématiques 1	CI	*Date de l'épreuve :*	20.05.22
		Durée de l'épreuve :	08:15 - 10:10
		Numéro du candidat :	

Instructions

- L'élève indique son numéro de candidat dans le tableau ci-dessus.
- L'élève répond à tous les exercices imposés.
- L'élève répond à exactement 1 question de chacune des deux parties au choix. Il indique obligatoirement son choix en marquant d'une croix la case appropriée ci-dessous.

Seules les réponses correspondant aux questions choisies par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix renseigné sur la page de garde la partie au choix est cotée à 0 point.

Exercice au choix 1 : Choisissez 1 des 2 exercices suivants et indiquez votre choix avec une X.

Question	*Points*	*Sujet*	*Choix du candidat*
1	9	Nombres complexes	
2	9	Nombres complexes	

Exercices imposés

Question	*Points*	*Sujet*	*Obligatoire*
3	13	Nombres complexes	X
4	16	Systèmes linéaires	X
5	12	Géométrie analytique dans l'espace	X
6	6	Probabilités et combinatoire	X
7	4	Probabilités et combinatoire	X

Exercice au choix : Choisissez 1 des 2 exercices suivants et indiquez votre choix sur la page de garde.

Question 1 **[5+4=9 points]**

Considérer les nombres complexes :

$$z_1 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\, i \qquad z_2 = \frac{4}{\sqrt{3} + i} \qquad z = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^8$$

a) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

b) Écrire z sous forme algébrique.

Question 2 **[4+3+2=9 points]**

Considérer le nombre complexe $z = \frac{2\, cis\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1-i}$

a) Écrire z sous forme trigonométrique.

b) Écrire z sous forme algébrique.

c) Déduire de a) et b) les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et de $\sin\frac{\pi}{12}$.

Exercices imposés

Question 3 **[5+8=13 points]**

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes et écrire les solutions sous forme $a + bi$ ($a,b \in \mathbb{R}$).

a) $2z - (1+i)\bar{z} = -1 + 5i$

b) $z^2 + (2+i)z + 3 + 11i = 0$

Question 4 **[5+11=16 points]**

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$(S)\begin{cases} x + y + (1-m)z = m + 2 \\ (1+m)x - y + 2z = 0 \\ 2x - my + 3z = m + 2 \end{cases}$$

a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le système admet une solution unique.

b) Résoudre et interpréter géométriquement le système si $m = -1$, si $m = 0$ et si $m = 2$.

<u>Question 5</u> **[2+3+7=12 points]**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(6;1;3)$ et $B(5;3;0)$.

a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite (AB).

b) Déterminer une équation cartésienne du plan π perpendiculaire en B à la droite (AB).

c) Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan P qui contient les droites (AB) et $d \equiv \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 11 - 6t \\ z = -4 + t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

<u>Question 6</u> **[2+2+2=6 points]**

Un sac de bonbons contient des bonbons de trois goûts différents :

7 bonbons goût orange, 8 bonbons goût citron et 5 bonbons goût fraise.

On choisit au hasard et simultanément 3 bonbons.

a) Quelle est la probabilité de tirer exactement 1 bonbon goût fraise ?

b) Quelle est la probabilité de tirer 3 bonbons de même goût ?

c) Quelle est la probabilité de tirer au moins 1 bonbon goût citron ?

<u>Question 7</u> **[1+1+1+1=4 points]**

a) Combien de mots peut-on former, ayant un sens ou non, en utilisant toutes les lettres du mot « DIPLOME » ?

b) Combien de nombres à quatre chiffres peut-on former en n'utilisant que des chiffres impairs ?

c) Une urne contient douze boules numérotées de 1 à 12. On tire successivement quatre boules de cette urne, sans remettre les boules tirées dans l'urne avant de tirer la suivante.
Quel est le nombre de tirages possibles ?

d) Soit ABCDEF un hexagone. Combien peut-on tracer de triangles dont les sommets sont choisis parmi les points A, B, C, D, E et F ?