



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	I	<i>Durée de l'épreuve : 2h</i> <i>Date de l'épreuve : 20/09/2021</i>

Question 1

(12 points)

Soit $P(z) = 3z^3 + (2 - 13i)z^2 - (14 + 6i)z + 6i$.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant que P admet une racine imaginaire pure.

Question 2

(4 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$-i\bar{z} + 4i = (5 + i)z + 1.$$

Question 3

(3+3 = 6 points)

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = \frac{1-3i}{2-i}$, $z_2 = 2\text{cis}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $z_3 = \frac{(z_1)^2}{(z_2)^5}$.

- 1) Écrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 2) Écrire z_3 sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

Question 4

(4+8 = 12 points)

- 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une solution unique :

$$\begin{cases} x + y + (m + 1)z = 2 \\ mx + 2my + mz = 3m \\ x + (m + 1)y - 5z = 5 \end{cases} \quad \text{avec } m \in \mathbb{R}$$

- 2) Résoudre et interpréter géométriquement le système pour $m = -2$ et $m = 0$.

Question 5

(2+2+6 = 10 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne le plan : $\pi_1 \equiv x + 4y - z + 7 = 0$.

- 1) Déterminer les composantes de deux vecteurs directeurs non colinéaires de π_1 .
- 2) Établir une équation cartésienne du plan π_2 parallèle à π_1 et passant par $A(-3;1;-5)$.
- 3) (a) Établir un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d orthogonale à π_1 et passant par $B(2;0;-9)$.
(b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection C de d et π_1 .

Question 6

(5+5 = 10 points)

- 1) Pour une conférence, on a invité 3 mathématiciens et 5 physiciens renommés, qui seront placés au premier rang de la salle qui comprend 8 places. De combien de façons ces scientifiques peuvent-ils prendre place l'un à côté de l'autre,
 - (a) s'il n'y a aucune restriction ?
 - (b) si les mathématiciens doivent s'asseoir ensemble et les physiciens aussi ?

- 2) A l'entrée d'un immeuble, on dispose d'un clavier de 9 touches pour composer le code d'entrée : les neuf chiffres autres que 0. Ce code est composé de 4 chiffres.
 - (a) Combien de codes différents peut-on former si les 4 chiffres ne sont pas nécessairement distincts ?
 - (b) Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

Question 7

(3+3 = 6 points)

D'un jeu de 32 cartes, on tire au hasard et simultanément 5 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir

- 1) une main contenant exactement trois piques et deux cœurs ?
- 2) une main avec au plus 4 cartes noires ?