



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	I	<i>Durée de l'épreuve :</i> 2 heures <i>Date de l'épreuve :</i> 21/05/2021

Question 1 (5+3=8 points)

On donne les nombres complexes : $z_1 = \frac{8i}{1-i\sqrt{3}}$ et $z_2 = -\sqrt{2} i \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- Écrire z_1 et z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- Déterminer une forme trigonométrique de $Z = \frac{\overline{(z_1)}}{(z_2)^{10}}$.

Question 2 (12 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure :
 $z^3 + (1 + 8i)z^2 + (9i - 21)z - 20 - 20i = 0$

Question 3 (4+8=12 points)

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$\begin{cases} m^2x + my + z = 2 \\ (m - 1)x + y + mz = -m^2 \\ x - y - z = m + 3 \end{cases}$$

- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le système admet une solution unique.
- Résoudre et interpréter géométriquement le système si $m = -2$ et si $m = 1$.

Question 4 ((4+4)+(1+4)=13 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(3; 0; -4)$, $B(-1; -1; 0)$ et $C(2; -2; 9)$, ainsi que le plan $\pi \equiv 4x + 3y - z + 10 = 0$.

- Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d passant par le point A et perpendiculaire au plan π .
 - Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de la droite d et du plan π .
- Vérifier que B n'appartient pas à la droite (AC) .
 - Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π' contenant le point B et contenant la droite (AC) .

Question 5 (2+(2+2+3)+(3+3)=15 points)

- 1) Le code secret d'une carte bancaire est composé de quatre chiffres allant de 0 à 9, les quatre chiffres n'étant pas nécessairement distincts.
On tape un code au hasard.
Quelle est la probabilité de taper le bon code ?

- 2) Le programme d'un examen oral comporte 30 sujets.
Chaque élève en tire 3 au hasard.
Si l'on sait qu'un élève n'a étudié que le tiers des sujets, calculer la probabilité qu'il connaisse :
 - a) les 3 sujets tirés.
 - b) exactement 2 des 3 sujets tirés.
 - c) au moins un des 3 sujets tirés.

- 3) On doit ranger sur une étagère 4 livres de mathématiques différents, 3 livres d'économie différents et 5 livres d'informatique différents.
Combien y a-t-il de rangements distincts si :
 - a) les livres doivent rester groupés par spécialité ?
 - b) seuls les livres de mathématiques doivent être rangés ensemble ?