



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	I	<i>Durée de l'épreuve :</i> 2h20min <i>Date de l'épreuve :</i> 17/09/2020

Pour les questions 4 et 5, veuillez svp choisir et répondre à une et une seule des deux alternatives (A et B) proposées.

Question 1 (3+4+2 = 9 points)

Soient les nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} - 3i$ et $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

- Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
- Écrire $z = \frac{(z_1)^7}{(z_2)^6}$ sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
- Déterminer les racines cubiques complexes de z_2 sous forme trigonométrique.

Question 2 (1+9 = 10 points)

Dans \mathbb{C} on donne le polynôme $P(z) = z^3 + (-2 - 5i)z^2 + (-11 + 9i)z + 10 + 10i$.

- Démontrer que $2i$ est une racine de $P(z)$.
- Résoudre l'équation $P(z) = 0$ dans \mathbb{C} .

Question 3 (10+7 = 17 points)

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$\begin{cases} x + y + mz = 0 \\ x + my + z = 2m \\ (m + 1)x + my + z = m \end{cases}$$

- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le système admet une solution unique, puis calculer cette solution en fonction de m .
- Résoudre et interpréter géométriquement le système si $m = -1$ et si $m = 1$.

Question 4A (2+4+4 = 10 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(-1; 0; 2)$ et $B(2; -3; 1)$ ainsi que le plan $\pi \equiv 3x - 2y + 4z - 1 = 0$.

- a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d passant par le point A et perpendiculaire au plan π .
- b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de la droite d et du plan π .
- c) Déterminer une équation cartésienne du plan π' contenant le point B et contenant la droite d .

Question 4B (10 points)

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} x + my = m \\ x + y = 2 \\ mx + y = 2 - m \end{cases}$$

Question 5A ((3+2)+(1+1+1)+(3+3) = 14 points)

- 1) D'une urne contenant 2 boules rouges et 4 boules vertes, toutes indiscernables au toucher, on tire successivement, au hasard, 4 boules sans remise.
 - a) Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage « rouge/vert/rouge/vert » ?
 - b) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule boule rouge ?
- 2) En informatique, on appelle octet une liste ordonnée de huit bits.
Exemples d'octets : 01101110 ; 10000111 ; 00001111
 - a) Combien y a-t-il d'octets possibles ?
 - b) Combien y a-t-il d'octets commençant par un 0 et se terminant par un 1 ?
 - c) Combien y a-t-il d'octets contenant exactement quatre 1 ?
- 3) On tire au hasard et simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes bien mélangé.
 - a) Quelle est la probabilité d'obtenir la dame de cœur ?
 - b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux piques ?

Question 5B (4+10 = 14 points)

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue z et préciser l'ensemble des solutions :

$$3\bar{z} - i = 5 - 2z$$

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante en donnant les solutions sous forme trigonométrique :

$$z^8 - z^4 + 1 = 0$$

Porter dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les solutions trouvées.