

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES

Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	22.09.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Structures	Section(s) :	CD / CD-4LANG		

Question 1

(12 points)

Soit $P(z) = z^3 + (1 + 2i)z^2 - (1 - 10i)z - 3(7 + 4i)$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ sachant que P admet une racine imaginaire pure.

Question 2

((4+4)+10 = 18 points)

1) Soient les nombres complexes $z_1 = -4\sqrt{3} + 4i$ et $z_2 = -\sqrt{2}i \cdot \text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

a) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

b) Écrire $Z = \frac{\overline{z_1}}{(z_2)^2}$ sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.

2) Soit le nombre complexe $z = 2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{6}i)^4 \cdot (-1 - i)^6$

Calculer les racines cinquièmes complexes de z et porter les points dont les affixes sont les racines trouvées dans le plan de Gauss.

Question 3

(4+10 = 14 points)

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$\begin{cases} 2mx + 4y + (m-1)z = m-2 \\ -x + (m+2)y - 2z = 3 \\ -my + z = 2-m \end{cases}$$

1) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système admet une solution unique.

2) Résoudre et interpréter géométriquement le système si $m = 4$, si $m = -1$ et si $m = -4$.

Question 4

(4+5+4+3 = 16 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points

$$A(3; -2; 1) \quad B(4; 0; -1) \quad C(-2; -6; 4).$$

1) Établir une équation cartésienne du plan π_1 passant par les points A , B et C .

Dans la suite on pose $\pi_1 \equiv -2x + 7y + 6z + 14 = 0$

2) Établir un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d perpendiculaire à π_1 et passant par le point $D(-2; 16; 8)$.

3) Déterminer les coordonnées du point H , point de percée de la droite d dans π_1 .

4) Établir un système d'équations paramétriques du plan π_2 contenant la droite d et le point $E(-2; 1; 2)$.