

**EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES**  
**Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT**

Date :	06.06.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Structures	Section(s) :	CD / CD-4LANG		

**Question 1 (6+4+5+6+7=28 points)**

Les questions a., b., c., d. et e. sont indépendantes.

a. Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 + (2 + 5i)z - 9 + 7i = 0$ .

b. Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $2z + 1 - i = (1 - i)\bar{z}$ .

c. On donne  $P(z) = z^3 + 3iz^2 + (-1 + 6i)z - 6 + 9i = 0$ .

Montrez que  $2 - 3i$  est une racine de  $P$ , puis résolvez l'équation  $P(z) = 0$ .

d. Représentez dans le plan de Gauss les solutions de l'équation  $z^5 = 32i \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$  (unité : 2 cm).

e. On donne :  $z_1 = -\sqrt{3} + i$  ;  $z_2 = 2 - 2i$  ;  $z_3 = -i$ . Soit  $Z = \frac{z_1^3 z_2^5}{z_3^{2023}}$ .

Calculez la forme trigonométrique et la forme algébrique de  $Z$ .

**Question 2 (6+4+3+4=17 points)**

On considère le système linéaire de trois équations avec trois inconnues suivant où  $m$  est un paramètre réel.

$$\begin{cases} (m-1)x + y + z = 2m \\ 2x - my + (m+2)z = m+1 \\ 2x + my - z = 7 \end{cases}$$

- Pour quelles valeurs de  $m$ , le système admet-il une solution unique ?
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où  $m = -3$ .
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où  $m = -1$ .
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où  $m = 3$ .

**Question 3 (1+4+2+5+1+2=15 points)**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les quatre points

$$A(2;1;1) ; B(-2;4;0) ; C(3;2;3) \text{ et } D(-3;2;3).$$

- Montrez que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
- Déterminez une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- Déterminez un système d'équations paramétriques de la droite  $d$  perpendiculaire à  $\pi$  passant par  $D$ .
- Soit  $d' \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + 3z = -1 \end{cases}$ . Est-ce que  $d'$  est parallèle à  $\pi$  ?
- Montrez que le point  $E(-2; -2; 1)$  appartient à  $d'$ .
- Déterminez un système d'équations paramétriques du plan  $\pi'$  contenant la droite  $d'$  et le point  $D$ .