



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques I</b>	<b>D</b>	<i>Durée de l'épreuve :</i> 1h45 <i>Date de l'épreuve :</i> 17.09.2018

**Exercice 1**

(5+4+4=13 points)

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  de l'espace, on donne les points suivants :

$$A(1; -1; -3), \quad B(-3; 0; \frac{1}{2}), \quad C(5; 7; -2) \quad \text{et} \quad D(-\frac{5}{2}; 5; -1)$$

1. Vérifiez que  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés, puis déterminez un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
2. Déterminez un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  passant par le point  $D$  et perpendiculaire au plan  $\pi$ .
3. Déterminez les coordonnées du point  $E$ , point de percée de  $d$  dans  $\pi$ .

**Exercice 2**

((3+7)+6=16 points)

On donne le système suivant, où  $m$  est un paramètre réel :

$$\begin{cases} (m+2)x - my = 1 \\ -2x + 2my - 2z = 6m \\ mx + my + z = 1 \end{cases}$$

1. Déterminez les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système admet une solution unique, puis calculez cette solution en fonction de  $m$ .
2. Résolvez et interprétez géométriquement le système dans les cas où il n'y a pas de solution unique.

**Exercice 3**

(3+11=14 points)

On donne  $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$ .

1. Calculez  $P(\sqrt{3}i)$  et  $P(-\sqrt{3}i)$ .
2. Factorisez  $P(z)$  et résolvez l'équation  $P(z) = 0$ .

**Exercice 4**

(8 points)

On donne le nombre complexe  $z = \frac{1 - i^{2018}}{(1 - i)^{2018}}$ .

Ecrivez  $z$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

**Exercice 5**

(1+3+2+3=9 points)

On donne les nombres complexes  $z_1 = 1 - i$  et  $z_2 = 2 + \sqrt{3} + i$ .

1. Ecrivez  $z_1$  sous forme trigonométrique.
2. Ecrivez  $\frac{z_2}{z_1}$  sous forme algébrique.
3. Montrez que  $\frac{z_2}{z_1} = (1 + \sqrt{3})cis\frac{\pi}{3}$ .
4. Déduisez-en la forme trigonométrique de  $z_2$ .