

**EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**  
**QUESTIONNAIRE**

Date :	23.09.24	Horaire :	08:15 - 10:00	Durée :	105 minutes
Discipline :	MATHE - STRUC	Type :	écrit	Section(s) :	CC / CC-4LANG
					Numéro du candidat :

**Question 1**

[ 5 + 7 + 3 + 5 = 20 points ]

Les questions 1. à 4. sont indépendantes.

1. On donne dans  $\mathbb{C}$  le polynôme  $P$  défini par :  $P(z) = z^3 + (1 - 2i)z^2 + (33 + 8i)z + 265 - 106i$ .  
 Vérifier que  $-5 + 2i$  est une racine de  $P$ , puis factoriser  $P(z)$  au maximum dans  $\mathbb{C}$ .

2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe  $Z = \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^5 (-3 - 3i)^3}{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^7}$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  :  $z^5 + 32i = 0$ . Donner les solutions éventuelles sous forme trigonométrique.  
 4. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  :  $z^2 - 6z + 11 = (13 - z)i$ . Donner les solutions éventuelles sous forme algébrique.

**Question 2**

[ 1 + 3 + 3 + 3 + 4 = 14 points ]

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on donne

le point  $A(1; 2; 3)$  et la droite  $d \equiv \begin{cases} x = -2 + 6k \\ y = 1 - 3k \\ z = -1 + 5k \end{cases}$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ .

- Montrer que  $A$  n'appartient pas à la droite  $d$ .
- Déterminer une représentation paramétrique du plan  $\pi_1$  contenant le point  $A$  et la droite  $d$ .
- Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi_2$  passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $d$ .
- Déterminer les coordonnées du point de percée  $I$  de la droite  $d$  dans le plan  $\pi_2 \equiv 6x - 3y + 5z - 15 = 0$ .
- Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$ .

## Question 3

[ 4 + 1 + 4 = 9 points ]

On donne le système  $\Sigma_m \equiv \begin{cases} x + my - 2z = 2+m \\ -2x - 2y + (m+3)z = -3, \text{ avec } m \in \mathbb{R}. \\ -2x + my + z = m-1 \end{cases}$

- Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $\Sigma_m$  admet exactement une solution.
- Résoudre le système  $\Sigma_m$  pour  $m=1$ .
- Résoudre le système  $\Sigma_m$  pour  $m=-2$  et donner une interprétation géométrique.

## Question 4

[ 5 + (2 + 3 + 2) + (2 + 3) = 17 points ]

Les questions 1. à 3. sont indépendantes.

- Déterminer le terme en  $x^{-15}$  provenant du développement de  $\left(3x^4 - \frac{2}{x^3}\right)^{12}$ .
- Une classe A de 25 élèves et une classe B de 30 élèves visitent un musée. Avant de rentrer, on remarque qu'il n'y a que 51 élèves dans le bus. Déterminer la probabilité respective des trois événements suivants :
 

S : « Il manque 2 élèves de la classe A et 2 élèves de la classe B. »

T : « Une des deux classes est complète. »

U : « Aucune classe n'est complète. »
- Une urne contient 5 boules bleues numérotées de A à E et 10 boules jaunes numérotées de A à J.
 

On tire successivement et sans remise 6 boules de cette urne.

  - Déterminer le nombre de tirages différents possibles tels qu'on obtient exactement 2 boules bleues et 4 boules jaunes.
  - Déterminer le nombre de tirages différents possibles tels que la deuxième boule jaune est obtenue à la 3<sup>e</sup> position.