

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024
QUESTIONNAIRE

Date :	23.09.24	Horaire :	08:15 - 10:00	Durée :	105 minutes	
Discipline :	MATHE - STRUC	Type :	écrit	Section(s) :	CC / CC-4LANG	
					Numéro du candidat :	

Question 1

[5 + 7 + 3 + 5 = 20 points]

Les questions 1. à 4. sont indépendantes.

1. On donne dans \mathbb{C} le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 + (1 - 2i)z^2 + (33 + 8i)z + 265 - 106i$.
 Vérifier que $-5 + 2i$ est une racine de P , puis factoriser $P(z)$ au maximum dans \mathbb{C} .

2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $Z = \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^5 (-3 - 3i)^3}{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^7}$.

3. Résoudre dans \mathbb{C} : $z^5 + 32i = 0$. Donner les solutions éventuelles sous forme trigonométrique.
 4. Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 6z + 11 = (13 - z)i$. Donner les solutions éventuelles sous forme algébrique.

Question 2

[1 + 3 + 3 + 3 + 4 = 14 points]

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne

le point $A(1; 2; 3)$ et la droite $d \equiv \begin{cases} x = -2 + 6k \\ y = 1 - 3k \\ z = -1 + 5k \end{cases}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

- Montrer que A n'appartient pas à la droite d .
- Déterminer une représentation paramétrique du plan π_1 contenant le point A et la droite d .
- Déterminer une équation cartésienne du plan π_2 passant par A et perpendiculaire à la droite d .
- Déterminer les coordonnées du point de percée l de la droite d dans le plan $\pi_2 \equiv 6x - 3y + 5z - 15 = 0$.
- Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite d .

Question 3

[4 + 1 + 4 = 9 points]

On donne le système $\Sigma_m \equiv \begin{cases} x + my - 2z = 2+m \\ -2x - 2y + (m+3)z = -3, \text{ avec } m \in \mathbb{R}. \\ -2x + my + z = m-1 \end{cases}$

- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles Σ_m admet exactement une solution.
- Résoudre le système Σ_m pour $m=1$.
- Résoudre le système Σ_m pour $m=-2$ et donner une interprétation géométrique.

Question 4

[5 + (2 + 3 + 2) + (2 + 3) = 17 points]

Les questions 1. à 3. sont indépendantes.

- Déterminer le terme en x^{-15} provenant du développement de $\left(3x^4 - \frac{2}{x^3}\right)^{12}$.
- Une classe A de 25 élèves et une classe B de 30 élèves visitent un musée. Avant de rentrer, on remarque qu'il n'y a que 51 élèves dans le bus. Déterminer la probabilité respective des trois événements suivants :

S : « Il manque 2 élèves de la classe A et 2 élèves de la classe B. »

T : « Une des deux classes est complète. »

U : « Aucune classe n'est complète. »
- Une urne contient 5 boules bleues numérotées de A à E et 10 boules jaunes numérotées de A à J.

On tire successivement et sans remise 6 boules de cette urne.

 - Déterminer le nombre de tirages différents possibles tels qu'on obtient exactement 2 boules bleues et 4 boules jaunes.
 - Déterminer le nombre de tirages différents possibles tels que la deuxième boule jaune est obtenue à la 3^e position.