

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024

QUESTIONNAIRE

Date :	07.06.24	Horaire :	08:15 - 10:00	Durée :	105 minutes
Discipline :	MATHE - STRUC	Type :	écrit	Section(s) :	CC / CC-4LANG
					Numéro du candidat :

Question 1

[11 points]

On considère le polynôme $P(z) = z^3 - 4z^2 - (5 + 12i)z - 40 + 18i$.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

Question 2

[(6 + 2) + 3 = 11 points]

1. Soit le nombre complexe $Z_1 = \frac{(-\sqrt{3} - \sqrt{3}i)^{16}}{(3 - \sqrt{3}i)^8}$

a. Écrire Z_1 sous forme trigonométrique et algébrique.

b. Calculer les racines quatrièmes complexes de Z_1 sous forme trigonométrique.

2. Soit le nombre complexe $Z_2 = (1 - 3i)^2 - \frac{10(2 - i)}{i + 2} + \frac{5}{i - 2}$.

Montrer que $Z_2 = -16 + i$.

Question 3

[3 + 4 = 7 points]

On donne le système $(S) \equiv \begin{cases} (m+1)x + (4-m)y - mz = 7 \\ -mx - 4z = m+3, \text{ avec } m \in \mathbb{R} \\ mx + my + mz = 1 \end{cases}$

a. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (S) admet exactement une solution.

b. Résoudre le système (S) pour $m = 0$ et $m = 1$.

Question 4**[2 + 3 + 1 + 3 + 3 = 12 points]**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé,

on donne les points $A(-2;0;1)$, $B(-1;2;4)$ et $C(-3;1;-2)$ et le plan $\pi \equiv 4x - y - 4z + 2 = 0$.

- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB) .
- Déterminer les coordonnées du point de percée I de la droite (AB) dans le plan π .
- Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.
- Déterminer une équation cartésienne du plan π' passant par les points A , B et C .
- Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite d qui est perpendiculaire au plan π' et qui passe par le point C .

Question 5**[(2 + 2 + 4) + (2 + 3) = 13 points]**

Une urne contient sept boules rouges numérotées de 1 à 7 et huit boules vertes numérotées de 1 à 8. Les boules sont indiscernables au toucher.

- On tire simultanément trois boules au hasard.
Calculer la probabilité des événements suivants en % à 10^{-1} près :
 - A : « Les trois boules ont la même couleur ».
 - B : « Parmi les trois boules, il y a au moins une boule numérotée d'un nombre pair ».
 - C : « Parmi les trois boules, il y a exactement une boule rouge et exactement une boule numérotée d'un 6 »
- On tire successivement trois boules au hasard avec remise.
Calculer la probabilité des événements suivants en % à 10^{-1} près :
 - D : « Parmi les trois boules, il n'y a aucune boule verte »
 - E : « Parmi les trois boules, il y a exactement deux boules de même couleur. »

Question 6**[1 + 2 + 3 = 6 points]**

Les élèves d'une classe, composée de 6 filles et de 8 garçons, posent pour une photo.

Les 6 filles se trouvent dans la rangée de devant et les 8 garçons dans la rangée de derrière.

- Combien de photos différentes peut-on faire ?
- Combien de photos différentes peut-on faire si Juliette et Claudia veulent être l'une à côté de l'autre ?
- Combien de photos différentes peut-on faire si Pedro et Leo ne veulent en aucun cas être l'un à côté de l'autre ?