

**EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**

**QUESTIONNAIRE**

Date :	05.06.24	Horaire :	08:15 - 10:00	Durée :	105 minutes
Discipline :	MATHE - STRUC	Type :	écrit	Section(s) :	CC / CC-4LANG
					Numéro du candidat :

**Question 1**

**(12 points)**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) suivante, sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure :

$$z^3 - 4(1 - i)z^2 + (4 + 2i)z + 8(2i - 9) = 0 \quad (E)$$

**Question 2**

**(4 + 4 = 8 points)**

1) Calculer  $z_1 = \frac{1 - \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3})}{3 + 3\sqrt{3}i}$  et donner le résultat sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique.

2) Soient les nombres complexes  $z_2 = 9 \operatorname{cis}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$  et  $z_3 = 16 \operatorname{cis}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ .

Calculer  $Z = \frac{z_2}{z_3}$  sous forme trigonométrique, puis déterminer les racines quatrièmes complexes de  $Z$  sous forme trigonométrique.

**Question 3**

**(4 + 3 + 2 = 9 points)**

Dans un repère orthonormé de l'espace, soient les points

$$A(0; 4; 2), B(-1; 0; 5), C(-2; 1; 3) \text{ et } D(3; -4; -2).$$

1) Vérifier que  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés, puis établir une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par les points  $A, B$  et  $C$ .

2) Établir un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  perpendiculaire à  $\pi$  et passant par  $D$ .

3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite  $d$  et du plan  $\pi$ .

## Question 4

(5 + 4 + 4 = 13 points)

- 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour que le système suivant admette une solution unique :

$$\begin{cases} mx + (1 - 2m)y + (3m - 1)z = 2 \\ -3x + (1 - 2m)y + (m + 1)z = m \\ 7mx + (m + 2)y = 14 \end{cases}$$

- 2) Résoudre le système pour  $m = \frac{1}{3}$  et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 3) Résoudre le système pour  $m = 3$  et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

## Question 5

(5 + (1 + 1 + 1) + (1 + 1) + (2 + 3 + 3) = 18 points)

- 1) Déterminer le terme en  $x^8$  de  $\left(2x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^{16}$ .
- 2) A partir d'une gamme de 7 notes différentes, on veut former un « jingle » c'est-à-dire une petite mélodie composée de 5 notes.
- Combien de jingles différents peut-on former, sachant que les notes peuvent se répéter ?
  - Combien de jingles différents peut-on former, sachant que les notes peuvent se répéter et que la première note doit être la même que la dernière ?
  - Combien de jingles différents peut-on former sachant que les notes ne peuvent pas se répéter ?
- 3) On lance un dé non pipé à 12 faces numérotées de 1 à 12.
- Calculer la probabilité de l'événement E : « obtenir un nombre pair ou un multiple de 3 ».
  - Calculer la probabilité de l'événement F : « obtenir un nombre pair et un multiple de 3 ».
- 4) Un jardiner doit planter 6 rosiers chez un client. Parmi les 20 rosiers de son stock, dix fleurissent en rouge, 7 fleurissent en blanc et 3 fleurissent en jaune. Malheureusement, son apprenti a mélangé toutes les plantes et les rosiers ne fleurissent pas encore. Le jardiner choisit donc simultanément et au hasard 6 rosiers.
- Calculer la probabilité qu'il choisisse exactement deux rosiers de chaque couleur.
  - Calculer la probabilité qu'il choisisse six rosiers de la même couleur.
  - Calculer la probabilité qu'il choisisse au moins un rosier jaune.