



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	C	<i>Durée de l'épreuve :</i> 2h05 <i>Date de l'épreuve :</i> 21/09/2020

Numéro du candidat : _____

Instructions

- L'élève répond à toutes les questions de la partie obligatoire
- L'élève répond à exactement 2 questions de la partie 2. Il indique obligatoirement ses choix en cochant les cases appropriées ci-dessous

Seules les réponses correspondant aux questions choisies par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix clairement renseigné sur la page de garde la partie au choix est cotée à 0 point.

Partie obligatoire (30 points)

- 1) Question 1 : Équation du 3^{ème} degré dans \mathbb{C} 12 points
- 2) Question 2 : Calculs sur les nombres complexes 10 points
- 3) Question 3 : Calculs sur les nombres complexes 8 points

Partie au choix (30 points)

- Question 4 : Calculs sur les nombres complexes 15 points
- Question 5 : Systèmes linéaires 15 points
- Question 6 : Géométrie analytique 15 points
- Question 7 : Probabilités 15 points
- Question 8 : Combinatoire 15 points

Partie obligatoire

1) Question 1 (12 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure :

$$2z^3 + (-1 - 11i)z^2 + (19 - 13i)z + 36 - 228i = 0$$

Préciser l'ensemble de solutions.

2) Question 2 (3 + 1 + 2 + 4 = 10 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{5-i\sqrt{3}}{2+i\sqrt{3}}$ et $z_2 = 1 + i$.

- a) Écrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- b) Écrire z_2 sous forme trigonométrique.
- c) Soit $Z = \frac{(z_1)^3}{(z_2)^5}$. Écrire Z sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.
- d) Déterminer les racines cubiques complexes de Z sous forme trigonométrique et représenter-les dans le plan de Gauss.

3) Question 3 (3 + 5 = 8 points)

Les questions ci-dessous sont indépendantes :

- a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z = 2\bar{z} - 2 + 6i$. Préciser l'ensemble de solutions.
- b) Écrire les deux nombres complexes suivants sous forme algébrique :

$$z_1 = \frac{\cos(\theta) + i \sin(\theta)}{\cos(\theta) - i \sin(\theta)} \quad \text{et} \quad z_2 = (3 + i)^4$$

Partie au choix - deux exercices au choix, à cocher sur la page de garde

Question 4 (6 + 5 + 4 = 15 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{-1-4i}{5+3i}$ et $z_2 = -2\sqrt{2}i \operatorname{cis}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$

- 1) Écrire z_1 et z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 2) Écrire $Z = \frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$, de $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et de $\tan\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.

Question 5 (15 points)

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$(S) \begin{cases} mx + y + 2z & = & -2 \\ x + 2my + 3z & = & 3 \\ x - y + (m - 1)z & = & 2 \end{cases}$$

Question 6 (3 + 1 + 3 + 3 + 5 = 15 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne les points $A(2; 1; 2)$, $B(1; -2; 3)$ et $C(-1; 3; 4)$.

- 1) Déterminer un système d'équations paramétriques et cartésiennes de la droite d passant par A et B .
- 2) Montrer que le point C n'appartient pas à la droite d .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan π perpendiculaire à d et passant par C .
- 4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d et du plan π .
- 5) Déterminer une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques du plan π' comprenant les points A , B et C .

Question 7 (8 + 7 = 15 points)

- 1) On lance trois fois de suite un dé et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir :
- a) 3 nombres égaux ?
 - b) le nombre 5 au premier lancer ?
 - c) le nombre 5 au moins lors d'un des trois lancers ?
 - d) une somme supérieure ou égale à 16 ?
- 2) On tire successivement et sans remise 2 cartes d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir :
- a) deux piques ?
 - b) exactement un pique ?
 - c) aucun pique ?
 - d) exactement un pique et exactement un valet ?

Question 8 (6 + 5 + 4 = 15 points)

- 1) On veut choisir parmi les 10 membres d'un club 1 président, 1 secrétaire et 1 trésorier. Le cumul des charges est exclu. De combien de manières peut-on attribuer ces charges si
- a) aucune restriction n'est imposée ?
 - b) A et B n'acceptent un poste que s'ils sont ensemble ?
 - c) C doit avoir une charge ?
 - d) D n'accepte que la charge du président ?
- 2) Les villes A et B sont reliées par 5 lignes de bus alors que les villes B et C sont reliés par quatre lignes. De combien de manières différentes un voyageur peut-il
- a) effectuer un aller simple de A à C en passant par B ?
 - b) effectuer un aller-retour de A à C en passant par B pour l'aller et pour le retour ?
 - c) effectuer un aller-retour de A à C en passant par B pour l'aller et pour le retour sans utiliser une ligne donnée plus d'une seule fois ?
- 3) Soit $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K$ et L douze points du plan non alignés trois-à-trois. Combien y a-t-il de
- a) droites passant par deux de ces points ?
 - b) droites passant par A et un autre de ces points ?
 - c) triangles dont les sommets sont trois de ces points ?
 - d) triangles dont les sommets sont A et deux autres de ces points ?