



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	C	Durée de l'épreuve 1 h 45
		Date de l'épreuve 15 septembre 2017
		Numéro du candidat

Question I ((2 + 10) + (4 + 2) = 18 points)

- 1) Dans \mathbb{C} , on donne le polynôme $p(z) = 2z^3 - (7 - 4i)z^2 + (13 - 25i)z + 12 + 21i$.
- Démontrer que $-3i$ est une racine de $p(z)$.
 - Résoudre l'équation $p(z) = 0$ dans \mathbb{C} .
- 2) On considère le nombre complexe $z = (2 - 3i)^2 - \frac{17(3+i)}{i-4} + \frac{3+2i}{i}$.
- Ecrire z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
 - Calculer les racines cubiques de z . Donner les résultats sous forme trigonométrique.

Question II ((3 + 9) + (4 + 4 + 2) = 22 points)

- 1) Soit le système suivant ($m \in \mathbb{R}$) :
- $$\begin{cases} mx - y + (m+1)z = 0 \\ (m+2)x - my + 3z = 1 \\ 2x + z = m \end{cases}$$
- Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles ce système admet une solution unique.
 - Résoudre et interpréter géométriquement ce système si $m = -4$ et si $m = 1$.
- 2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(-2; -6; 0)$, $B(1; 2; 7)$, $C(3; 0; -3)$ et $P(0; 2; -4)$.
- Déterminer une équation cartésienne du plan π parallèle au plan (ABC) et passant par le point P .
 - Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite (PC) .
 - Démontrer que la droite (PC) est perpendiculaire au plan (ABC) .

Question III (4 + (3 + 2 + 3) + (2 + 2 + 4) = 20 points)

1) Déterminer le terme en x^{18} du développement de $\left(2x^5 - \frac{5}{x^3}\right)^{10}$.

- 2) A la gare de Luxembourg, parmi 20 passagers qui ont exactement un billet, 9 passagers ont un billet pour Esch-sur-Alzette, 6 passagers ont un billet pour Dudelange et 5 passagers ont un billet pour Mersch.

On choisit au hasard trois de ces passagers.

- Quelle est la probabilité que ces trois passagers aient trois destinations différentes ?
 - Quelle est la probabilité que ces trois passagers aient la même destination ?
 - Quelle est la probabilité qu'au moins un des passagers ait un billet pour Mersch ?
- 3) En utilisant les huit lettres du mot PASSAGER, on forme des mots de quatre lettres sans se soucier du sens de ces mots.
- Combien peut-on former de mots de quatre lettres
- ayant quatre lettres distinctes ?
 - ayant quatre lettres distinctes et commençant par une consonne ?
 - comportant une seule fois la lettre A ?