

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I 9+(9+2)= 20 points

1) Sachant que le polynôme $P(z) = -5iz^3 - (10 - 3i)z^2 + 4z + 4i$ est divisible par $z - 2i$, résolvez dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

2) Soient $z_1 = -2 \operatorname{cis}(5^\circ)$, $z_2 = 16 \operatorname{cis}(10^\circ)$, $Z = \frac{(z_1)^8}{z_2} - 16i$.

a) Calculez les racines 5^{es} complexes de Z .

b) Précisez le module et un argument de z_1 et de $\overline{z_2}$.

Question II 9+11= 20 points

1) Pour quelles valeurs du paramètre réel m , le système suivant admet-il une seule solution ?

$$\begin{cases} 3x - mz = m + 1 \\ mx - 2y + z = 3 \\ -2mx - 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

Lorsque $m = -1$, résolvez et interprétez géométriquement le système.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point $A\left(\frac{1}{3}; 2; 0\right)$, la droite

$$d \equiv \begin{cases} x = -4k + \frac{1}{3} \\ y = 2k - 1 \quad (k \in \mathbb{R}) \\ z = -2k \end{cases} \text{ et le plan } \pi \equiv 6x - 3y + 3z = -1.$$

a) Déterminez l'intersection de la droite d avec le plan π .

b) La droite d est-elle orthogonale au plan π ? Justifiez !

c) La droite d passe-t-elle par le point A ? Justifiez ! Déterminez une équation cartésienne du plan π_1 contenant la droite d et passant par A .

Tournez la page s.v.p. !

Question III 5+(7+4+4)= 20 points

1) Calculez le terme en x^7 dans le développement de $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^8$.

2) Une classe de terminale d'un lycée compte 30 élèves dont 10 garçons.

a) À chaque séance du cours d'anglais, le professeur interroge au hasard trois élèves.

Déterminez la probabilité de chacun des événements suivants :

A : exactement deux des trois élèves interrogés sont des garçons,

B : les trois élèves interrogés sont de même sexe.

b) Certains élèves de la classe sont inscrits en section C et les autres en section D. Parmi les 19 élèves inscrits en section C, on compte 4 garçons. On choisit au hasard dans cette classe deux délégués de sexes différents. Déterminez la probabilité de l'événement

C : un seul des délégués est inscrit en section C.

c) À la fin de chaque séance le professeur désigne au hasard un élève qui effacera le tableau.

Un même élève peut être désigné plusieurs fois. Déterminez la probabilité de l'événement

D : le tableau a été effacé au moins une fois par un garçon à l'issue de 5 séances.