EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES **Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT**					
Date :	19.05.23	*Durée :*	08:15 - 11:15	*Numéro candidat :*	
Discipline :	Mathématiques	*Section(s) :*	CB / CB-4LANG		

Question 1 6+8+3 = 17 pts

A. On considère le polynôme $p(z) = 4z^2 + 2mz - m - 9$ où m est un paramètre complexe. Déterminer m sachant que le reste de la division de $p(z)$ par $(z - 1 + i)$ est égal à $2 - 5i$. Pour la valeur de m trouvée, calculer les racines de p.

B. On considère le nombre $Z = \frac{2iz+6}{z+2-i}$, pour tout $z \in \mathbb{C} \setminus \{i - 2\}$.
Déterminer et représenter sur un seul graphique les ensembles de points suivants :
- $E = \{M(z) |\ Z \in i\mathbb{R}\}$
- $F = \{M(z) |\ \arg(Z) = \pi\}$

C. Soient A et B les points d'affixe respective $z_A = -48 + 36i$ et $z_B = 48 + 64i$.
Montrer que B est l'image de A par la composée d'une homothétie de centre O et d'une rotation de centre O, à préciser. Donner toutes les possibilités.

Question 2 ((5+2)+4)+(1+2+3) = 17 pts

A. Un jeu consiste à lancer simultanément deux dés identiques bien équilibrés, qui possèdent chacun une face rouge, 2 faces bleues et 3 faces jaunes.
1) Un joueur joue une partie de ce jeu.
    a) S'il obtient deux faces de la même couleur il gagne 9€, s'il obtient exactement une face rouge il gagne 3€, sinon il perd 7€. On note X le gain du joueur.
    Déterminer la loi de probabilité de X et son écart-type et montrer que le jeu est favorable au joueur.
    b) Sans changer les gains positifs, calculer par quelle perte on doit remplacer les 7€ pour que le jeu soit équilibré.

2) Le joueur joue n parties consécutives de ce jeu et on note Y le nombre de fois qu'il gagne 9€. Déterminer la loi de probabilité de Y et calculer combien de parties il doit au moins jouer, pour que la probabilité de gagner au moins une fois 9€ soit supérieure à 90% .

B. On forme des nombres de 6 chiffres en n'utilisant que les chiffres 1, 2 et 3.
1) Combien de nombres peut-on former ?
2) Combien de nombres contenant la séquence « 123 » peut-on former ?
3) Combien de nombres contenant chacun des trois chiffres au moins une fois peut-on former ?

Question 3 8+6 = 14 pts

A. Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on considère la conique Γ d'équation :

$$\Gamma \equiv 8x^2 - 12y^2 + 80x + 36y + 221 = 0$$

Déterminer son équation réduite, sa nature, son centre, son axe focal, ses sommets, ses foyers, son excentricité et ses asymptotes éventuelles dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Représenter graphiquement Γ dans $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

B. Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on considère la courbe Γ d'équation :

$$\Gamma \equiv y = 1 - \sqrt{6-2x}$$

Déterminer son équation réduite, sa nature, son excentricité, son/ses sommet(s) et son/ses foyer(s) dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et représenter graphiquement Γ.

Question 4 12 pts

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité 1 cm, on considère le point $A(3;0)$ et le cercle C de centre O passant par A. Sur C on considère un point mobile M.

Si Q est le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées, N le milieu de $[MQ]$ et P le point défini par l'égalité $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN}$, déterminer le lieu $\mathbb{L}$ du point P.

Préciser la nature de $\mathbb{L}$ et ses éléments caractéristiques utiles pour la représentation graphique.

Représenter graphiquement $\mathbb{L}$ sur une figure avec les données du problème.

Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = \dfrac{1}{1+\tan^2 x}$ $\qquad \sin^2 x = \dfrac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ $\qquad 1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\qquad \sin(\pi + x) = -\sin x$ $\qquad \sin(-x) = -\sin x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\qquad \cos(\pi + x) = -\cos x$ $\qquad \cos(-x) = \cos x$

$\tan(\pi - x) = -\tan x$ $\qquad \tan(\pi + x) = \tan x$ $\qquad \tan(-x) = -\tan x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ $\qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$ $\qquad \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

$\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\qquad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\qquad \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

$\sin 2x = \dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$ $\qquad \cos 2x = \dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ $\qquad \tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ $\qquad \cos 3x = -3\cos x + 4\cos^3 x$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\tan p + \tan q = \dfrac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$

$\tan p - \tan q = \dfrac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$