



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	B	<i>Durée de l'épreuve : 3 heures</i> <i>Date de l'épreuve : 11 juin 2018</i>

Question 1 (11+5=16 points)

- On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + \alpha z^2 + (28 - 44i)z + 8\beta$ où α et β sont des nombres complexes.
 - Déterminer α et β sachant que $-4i$ est une racine de P et que le reste de la division euclidienne de P par $z - 1 + i$ est $6 + 58i$.
 - Résoudre l'équation $P(z) = 0$ en remplaçant α et β par les valeurs trouvées ci-dessus.
 - On pose : $z_A = -4i$, z_B est l'autre racine de P dont la partie imaginaire est négative et z_C est la racine de P restante. A, B et C sont les points du plan de Gauss d'affixes z_A, z_B et z_C . Déterminer la nature du triangle ABC .
- Soit $Z = \frac{z}{i-z}$ avec $z = x + iy$ (x, y réels) et $z \neq i$.
Déterminer et représenter (unité graphique : 4 cm) dans le plan de Gauss les ensembles $E = \{M(z) \text{ tel que } Z \text{ réel}\}$ et $F = \{M(z) \text{ tel que } Z \text{ imaginaire pur}\}$.

Question 2 (7+3+5=15 points)

Le plan est muni d'un R.O.N. (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- On considère la courbe $C \equiv 4x^2 - 10x - 9y^2 - 27y - 50 = 0$
 - Déterminer la nature, le centre Ω et l'excentricité de C .
 - Préciser les coordonnées des foyers et des sommets, une équation de l'axe focal, des équations des directrices et des équations des asymptotes éventuelles dans le R.O.N. $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$.
 - Dans le R.O.N. (O, \vec{i}, \vec{j}) : Vérifier que le point $E(5; -3)$ appartient à C . Établir une équation de la tangente t à C en E .
- Sachant que le grand axe d'une ellipse mesure 4 et que son excentricité vaut $\frac{1}{3}$, calculer la distance du centre de l'ellipse à une de ses directrices.
 - Trouver une équation cartésienne de la parabole de sommet $O(0; 0)$ passant par le point $A(-12; 6)$ et admettant l'axe des abscisses comme axe focal.
- On considère une parabole $P \equiv y^2 = 4x - 8$.
Déterminer les équations réduites des tangentes à P issues de $A(0; 2)$.

Question 3 (5+6+3=14 points)

- 1) On tire 5 fois de suite une carte au hasard d'un jeu de 52 cartes. Après chaque tirage on remet la carte dans le jeu.
 - a) Quelle est la probabilité de tirer exactement 2 cœurs ? au plus 4 cœurs ? au moins 1 cœur ?
 - b) Combien de fois doit-on tirer de suite une carte pour que la probabilité d'avoir au moins 1 cœur soit supérieure ou égale à 0,95 ?
- 2) Un jeu consiste à lancer 3 fois de suite une flèche sur une cible numérotée 1, 2, 3, 4 et 5. On suppose que la cible est atteinte et que la probabilité d'atteindre les différents numéros est identique. La participation à ce jeu coûte 5€. Si le joueur atteint 3 fois de suite le numéro 1 il obtient 50€, s'il atteint le numéro 1 exactement 2 fois il obtient 20€, s'il atteint le numéro 1 exactement une fois il récupère sa mise. Dans tous les autres cas la mise est perdue.
 - a) Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui donne le gain du joueur.
 - b) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de cette variable aléatoire. Le jeu est-il favorable au joueur ?
 - c) Comment fixer le coût d'une participation à ce jeu pour que le jeu soit équitable ?
- 3) n et k sont des entiers naturels avec $n \geq k \geq 1$.
Calculer : $kC_n^k + nC_{n-1}^k$. En déduire que : $nC_{n-1}^k = (n-k)C_n^k$.

Question 4 (15 points)

Dans un repère orthonormé du plan π , de centre O et d'unité graphique 2 cm, on considère les points $A(2 ; 0)$ et $B(0 ; 1)$. Q est un point mobile sur la droite (AO) . Par Q on mène une droite d de coefficient directeur 4. Cette droite coupe (BO) en un point R . Les droites (RA) et (QB) se coupent en un point I . Déterminer une équation cartésienne du lieu \mathbb{L} du point I et représenter \mathbb{L} .