

## Epreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2010**

**Section: C**

**Branche: Mathématiques I**

**Numéro d'ordre du candidat**

---

### Question I (20 (11+9) points)

1. Résoudre dans  $C$  l'équation :  $z^3 + (4-i)z^2 + 32(1+i)z - 60 + 10i = 0$  (E), après avoir vérifié que  $-5i$  est une racine imaginaire pure de (E).
2. On donne les nombres complexes :  $z_1 = \sqrt{2}(1-i)$ ,  $z_2 = 4\text{cis}\frac{\pi}{3}$  et  $Z = z_1 \cdot z_2^2$ .
  - a. Ecrire  $z_1$  et  $Z$  sous forme trigonométrique.
  - b. Ecrire  $Z$  sous forme algébrique.
  - c. En déduire les valeurs exactes de  $\cos\frac{5\pi}{12}$ ,  $\sin\frac{5\pi}{12}$  et  $\tan\frac{5\pi}{12}$ .

### Question II (20 (10+10) points)

1. On donne le système :

$$(s) \begin{cases} 2x - 3y + mz = m \\ 4x - 6y + z = 1 \\ -2x + my + 2z = 1 \end{cases}$$

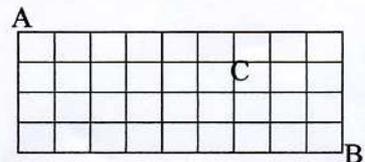
- a. Déterminer les valeurs de  $m$  pour que le système (s) admette une unique solution.
  - b. Résoudre et interpréter graphiquement le système pour  $m = \frac{1}{2}$ .
2. Dans un repère orthonormé du plan, on donne la droite  $d \equiv \begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ x - 2z = 0 \end{cases}$  et le point  $A(1;1;2)$ .
- a. Est-ce que le point  $A$  appartient à la droite  $d$ ? Justifier.
  - b. Donner un système d'équations paramétriques de la droite  $d'$ , parallèle à la droite  $d$  et passant par  $A$ .
  - c. Trouver une équation cartésienne du plan  $\alpha$  contenant la droite  $d$  et le point  $A$ .

### Question III (20 (4+6+6+4) points)

1. En informatique, on appelle octet une liste de huit éléments pris dans l'ensemble  $\{0;1\}$ . Exemples 01001100 ; 11100101 ; 00011111.

- a. Combien y a-t-il d'octets possibles ?
- b. Combien y a-t-il d'octets commençant par 0 et se terminant par un 0 ?
- c. Combien y a-t-il d'octets contenant exactement quatre 1 ?

2. Sur le réseau quadrillé ci-contre de côtés 9 et 4, on peut se déplacer uniquement en se dirigeant vers la droite ou vers le bas.



- a. Combien de chemins joignent A et B ?
  - b. Un piéton emprunte un chemin au hasard allant de A vers B. Quelle est la probabilité qu'il passe par C se trouvant à 6 unités vers la droite et à 1 unité vers le bas à partir de A?
3. a. Dans un meeting d'athlétisme, la finale de saut en longueur met aux prises douze athlètes ; il n'y a pas d'ex-aequo. Combien existe-t-il de classements possibles ?
- b. La finale du 100 m plat met aux prises huit athlètes ; tous arrivent et il n'y a pas d'ex-aequo. Combien existe-t-il d'arrivées dans l'ordre des trois premiers ?

4. Dans le développement de  $\left(5x^2 - \frac{3}{x^3}\right)^6$ , déterminer le terme en  $\frac{1}{x^3}$ .