

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I (12+8 = 20 points)

1) Soit $P(z) = -iz^3 + (1+i)z^2 - (5+4i)z - 4(8+i)$.

a) Vérifier que $-4i$ est une racine de P .

b) Factoriser dans \mathbb{C} le polynôme $P(z)$.

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 = 8 - 8\sqrt{3}i$.

Porter dans le plan de Gauss le polygone dont les sommets ont pour affixes les solutions trouvées.

Question II (13 points)

1) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système
$$\begin{cases} mx + z = 0 \\ x - my + z = -1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

admet une solution unique dans \mathbb{R}^3 .

2) Résoudre le système et interpréter géométriquement dans l'espace, dans les trois cas suivants :

a) $m = -2$ b) $m = 0$ c) $m = 1$

Question III (7 points)

1) Déterminer les équations paramétriques et cartésiennes de la droite d passant par le point $A(2; 0; -3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -3; 2)$.

2) Déterminer la position des droites d et $\Delta \equiv \begin{cases} x = k + 5 \\ y = 2k - 1 \\ z = -3k + 4 \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.

3) Déterminer une équation cartésienne du plan π orthogonal à la droite Δ et passant par le point A .

Question IV (4+10+6 = 20 points)

1) Déterminer le terme en x^{11} du développement de $\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$.

2) On tire au hasard et simultanément 7 cartes dans un jeu de 32. Quelle est la probabilité, à 10^{-3} près, d'obtenir a) exactement un roi et deux dames ? b) au plus trois as ? c) au moins un pique ?

3) On effectue des tirages au hasard dans une urne contenant 32 boules dont 13 bleues, 13 rouges et 6 vertes.

a) On tire trois boules successivement avec remise.
Dans combien de tels tirages y a-t-il trois boules de même couleur ?

b) On tire trois boules successivement sans remise.
Dans combien de tels tirages y a-t-il exactement une boule bleue ?