

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

repêchage juin

I) Nombres complexes : 10+10 (3+3+2+2) = 20 points

- 1) Factorisez autant que possible le polynôme $P(z) = 2z^3 + (14i - 5)z^2 - 23(1+i)z - 10 - 15i$ après avoir vérifié que $P(-5i) = 0$.
- 2) Soit le nombre complexe $A = -\sqrt{48} - 4i$.
 - a) Mettez A sous forme trigonométrique.
 - b) Calculez les racines cubiques complexes de A.
 - c) Trouvez *un* entier n tel que $A^n \in \mathbb{R}$.
 - d) Trouvez *un* entier p tel que $A^p \in i\mathbb{R}$.

II) Géométrie analytique : 10 (4+1+2+3)+10 (4+6) = 20 points

- 1) Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points $A(3;0;-1)$, $B(-1;2;5)$, $C(5;2;\alpha)$

avec $\alpha \in \mathbb{R}$ et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- a) Déterminez un système d'équations cartésiennes de la droite d passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .
 - b) Vérifiez si d passe par B.
 - c) Déterminez une équation cartésienne du plan π passant par B et perpendiculaire à d.
 - d) Déterminez α pour que $C \in \pi$. Quelle est alors la nature du triangle ABC ? Justifiez votre réponse !
- 2) Soit le système suivant de paramètre m :

$$\begin{cases} -6x + 3y - 9z = 5 \\ mx - 5y + 15z = 0 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

- a) Pour quelle(s) valeur(s) de m ce système admet-il une solution unique ?
- b) Est-il possible de choisir m pour que les trois équations du système représentent trois plans parallèles dans l'espace ? Justifiez votre réponse !

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

III) Probabilités (4+8+8 = 20 points)

- 1) Calculez le terme constant dans le développement de $\left(4x^3 - \frac{1}{2x^2}\right)^{15}$.
- 2) On forme des nombres à trois chiffres en lançant trois fois de suite un dé non pipé (p. ex. si on obtient successivement 5, 1 puis 4 on forme le nombre 514). Quelle est la probabilité pour que :
 - a) le nombre obtenu soit un multiple de 5 ?
 - b) le nombre obtenu soit compris entre 170 et 410 ?
 - c) la somme des trois chiffres du nombre soit égale à 6 ?
- 3) D'un jeu de 32 cartes on tire une main de 5 cartes (tirage sans ordre et sans remise). Quelle est la probabilité pour que cette main
 - a) comporte au moins un carreau ?
 - b) ne comporte ni as, ni roi, ni trèfle ?
 - c) comporte au moins une carte de chaque couleur ?