

## Épreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2015**

**Section :** C

**Branche :** Mathématiques I

**Numéro d'ordre du candidat**

\_\_\_\_\_

I. 1) Soit  $P(z) = z^3 + (-3\sqrt{3} + 3i)z^2 + (6 - 6i\sqrt{3})z + 16i$ . Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$  sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) Mettre  $z = \frac{(2 + 2i)^3}{(-2\sqrt{3} + 6i)^2}$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, puis donner la forme algébrique de  $z^4$ .

*13+7 = 20 points*

II. 1) Donner, si c'est possible, les coefficients de  $x^{12}$  et de  $x^{11}$

du développement de  $\left(\sqrt{2}x^3 - \frac{1}{2x}\right)^{13}$ .

2) La grille horaire d'une classe de I<sup>ère</sup>C prévoit pour les lundis les branches : mathématiques I, mathématiques II, biologie, physique, chimie, et français à raison d'une heure par branche.

a) Combien de façons a-t-on pour organiser la journée de lundi ?

b) Répondre à la même question si la leçon de mathématiques I est obligatoirement suivie immédiatement de celle de mathématiques II, soit le matin, soit l'après-midi (matin : 4 heures de cours, après-midi : 2 heures de cours).

3) D'un jeu usuel de 24 cartes on tire une main de 4 cartes.

a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux rois ?

b) Quelle est la probabilité d'avoir une carte de chaque couleur ( $\heartsuit$ ,  $\diamondsuit$ ,  $\spadesuit$ ,  $\clubsuit$ ) ?

c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un coeur ?

*6+6+8 = 20 points*

III. 1) a) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système suivant

admet une solution unique : 
$$\begin{cases} mx + y + 2z = 2 \\ 2mx + y + 3z = m \\ x + my + 2mz = 2 \end{cases} \quad \text{avec } m \in \mathbb{R}$$

b) Résoudre le système ci-dessus pour  $m = -1$  et pour  $m = 1$  et interpréter les résultats géométriquement.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan  $\pi_1$  d'équation cartésienne :  $-3x + 2y - z = 4$  et le point  $A(-1; 3; -2)$ .

a) Le point  $A$  appartient-il au plan  $\pi_1$  ? Justifier.

b) Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire au plan  $\pi_1$ .

c) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi_2$  passant par le point  $A$  et parallèle au plan  $\pi_1$ .

*10+10 = 20 points*