

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

I. 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 + (6 - 11i)z^2 - 4(7 + 9i)z - 4(12 - 5i) = 0$
sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) On donne le nombre complexe $z = -4\sqrt{2} \cdot \frac{1 - 3i}{2 - i}$

- a) Ecrire z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- b) Calculer les racines cubiques de z .

(14 + (3+3) = 20 points)

II. 1) a) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une solution unique dans \mathbb{R}^3 .

$$\begin{cases} 2x + 2y + (m + 1)z = -m \\ x + my + (1 - m)z = 3 \\ 6x + 6my + (3m + 1)z = 4m \end{cases}$$

b) Résoudre le système pour $m = 1$ et en donner une interprétation géométrique dans l'espace.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points suivants:

A(5; 2; -2), B(2; 7; -1) et C(3; 1; 4).

- a) Montrer que A, B et C définissent un plan et déterminer une équation cartésienne du plan π contenant les points A, B et C.
- b) Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite d passant par A et perpendiculaire à π .

((6 + 5) + (5 + 4) = 20 points)

III. 1) Déterminer le terme en x^{10} du développement de $\left(7x^2 - \frac{3}{2x}\right)^8$

2) Une urne contient 12 boules rouges, 5 boules noires et 8 boules bleues.

- a) On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une boule noire.
- b) On tire successivement, avec remise, 4 boules. Calculer la probabilité que ce soient 4 boules de la même couleur.
- c) On tire successivement, sans remise, 3 boules. Combien de tirages comportent 3 boules de la même couleur?
- d) On tire successivement, sans remise, 3 boules. Combien de tirages comportent exactement 1 boule bleue?

3) Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément et au hasard 5 cartes.

- Calculer la probabilité d'obtenir
- a) exactement deux coeurs et un carreau,
 - b) aucun roi.

(5 + 10 + 5 = 20 points)