

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question 1 (9+11=20p)

1.) Soient $z_1 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}i}{2}$ et $z_2 = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$.

Ecrivez $Z = (z_1)^{13} \cdot (z_2)^7$ sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

2.) Soit le polynôme $P(z) = z^3 - 8iz^2 - (20 - i)z + 1 + 13i$

a.) Calculez les racines carrées complexes de $3 - 4i$ sous forme algébrique.

b.) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ après avoir vérifié que i est une solution.

Question 2 (5+7+8=20p)

1.) Dans le développement de $\left(2x^3 - \frac{1}{3x}\right)^{12}$ déterminez le terme en x^{16} .

2.) D'un jeu de 32 cartes bien mélangées, on extrait au hasard et simultanément 6 cartes.
Quelle est la probabilité d'obtenir :

a.) 2 piques et 1 trèfle,

b.) trois cartes rouges, un pique et aucun as.

3.) A l'entrée d'un immeuble, on dispose d'un clavier de 12 touches: trois lettres A, B et C, et les neuf chiffres autres que 0. Le code déclenchant l'ouverture de la porte peut être changé par le régisseur.
Ce code est toujours composé d'une lettre suivie d'un nombre de 4 chiffres.

Dans la question a.), les quatre chiffres ne sont pas nécessairement distincts.

a.) Combien de codes le régisseur peut-il proposer ?

Dans les questions b.) et c.), la lettre du code est B et les quatre chiffres sont tous distincts.

b.) Combien de codes le régisseur peut-il proposer ?

c.) Combien de codes comportant au moins un des chiffres 7, 8 ou 9 peut-il proposer ?

Question 3 (10+10=20p)

1.) a.) Déterminez les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} (m-4)x + 3y - z = 10 \\ 2x - 4y + 3z = -19 \\ 3x - 3y + 6z = -27 \end{cases}$$

b.) Résolvez et interprétez géométriquement le système ci-dessus lorsque $m = 3$.

2.) Dans un repère orthonormé de l'espace on considère la droite $d \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

a.) Précisez les coordonnées d'un point et celles d'un vecteur directeur de d .

b.) Déterminez un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d' passant par le point $B(1; 0; 2)$ et parallèle à la droite d .

c.) Déterminez une équation cartésienne du plan π contenant le point B et contenant la droite d .