

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: D

Branche: Statistique et Probabilités

Numéro d'ordre du candidat

1. Statistique descriptive (4 + 3 + 4 + 5 + 4 = 20 points)

Considérons la série statistique suivante relative à la durée de séjour annuelle à l'étranger d'un échantillon de 200 personnes:

durée de séjour (nuitées)	nombre de personnes
[0 – 10 [30
[10 – 15 [50
[15 – 20 [60
[20 – 25 [25
[25 – 30 [15
[30 – 50 [20

Travail à faire:

- Établissez l'histogramme et le polygone des effectifs.
- Calculez la moyenne arithmétique par changement d'origine et d'échelle.
- Déterminez la médiane et interprétez.
- Calculez l'écart-type par changement d'origine et d'échelle.
- Calculez le pourcentage des personnes qui passent entre 8 et 22 jours à l'étranger.

2. Régression et corrélation (2 + 6 + 2 = 10 points)

Le tableau suivant donne pour un glacier le nombre de boules de glaces vendues et le nombre d'heures de soleil pour les mois de juillet de 6 années consécutives.

Année	heures de soleil	glaces vendues
N	270	3000
N+1	175	1800
N+2	225	3000
N+3	340	4500
N+4	180	2300
N+5	280	3400

Travail à faire:

- Présentez le nuage des points.
- Déterminez, par la méthode des moindres carrés ordinaires, l'équation de la droite de régression de y en x et représentez cette droite sur le graphique précédent.
- Fin juin N+6, les météorologistes prévoient pour le mois de juillet N+6 une durée d'insolation de 320 heures. Estimez le nombre de boules de glaces vendues pour le glacier pendant le mois de juillet N+6.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: D

Branche: Sociétés commerciales

Numéro d'ordre du candidat

3. Analyse combinatoire et calcul de probabilités (4 + 6 + 6 = 16 points)

Dans un panier à linge se trouvent 4 serviettes de bain bleues rayées, 6 serviettes de bain rouges carrées, 2 serviettes de bain bleues carrées et 2 serviettes de bain vertes rayées.

1. De combien de façons peut-on ranger ces serviettes dans une armoire:
 - a) si les couleurs et les motifs doivent rester regroupés?
 - b) idem, sauf que les serviettes de bain rouges carrées doivent se situer en bas de la pile?

2. On tire au hasard simultanément 4 serviettes du panier. Quelle est la probabilité de:
 - a) tirer aucune rouge?
 - b) tirer au moins 2 bleues?
 - c) tirer autant de carrées que de rayées?

3. On tire au hasard 3 serviettes du panier en remettant après chaque tirage la serviette précédente. Quelle est la probabilité de:
 - a) tirer dans l'ordre une serviette verte, une serviette rouge et une serviette bleue?
 - b) tirer dans l'ordre une serviette bleue carrée, une serviette bleue et une serviette bleue rayée?

4. Loi de probabilité (6 + 2 + 4 + 2 = 14 points)

Soit un jeu de 32 cartes. On tire 1 carte qu'on remet après chaque tirage. Soit X la variable aléatoire "nombre d'As obtenus" après 6 tirages.

Travail à faire:

1. Établissez la loi de probabilité.
2. Calculez l'espérance mathématique.
3. Calculez l'écart-type.
4. Calculez la probabilité qu'au moins 4 As ont été tirés.

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: D

Branche: Sociétés commerciales

Numéro d'ordre du candidat

CORRIGÉ MODÈLE

1. Statistique descriptive (4 + 3 + 4 + 5 + 4 = 20 points)

durée de séjour (nuitées)	nombre de personnes	c_i	Amplitude a_i	h_i	Effectif cumulé croissant	z_i	$n_i * z_i$	$n_i * z_i^2$
[0 – 10 [30	5	10	15	30	-2,5	-75	187,50
[10 – 15 [50	12,5	5	50	80	-1	-50	50
[15 – 20 [60	17,5	5	60	140	0	0	0
[20 – 25 [25	22,5	5	25	165	1	25	25
[25 – 30 [15	27,5	5	15	180	2	30	60
[30 – 50 [20	40	20	10	200	4,5	90	405
	N = 200						20	727,50

1. Établissez l'histogramme et le polygone des effectifs.

graphique

2. Calculez la moyenne arithmétique par changement d'origine et d'échelle.

$$\bar{z} = \frac{20}{200} = 0,1$$

$$\bar{x} = 17,5 + 5 \cdot 0,1 = 18 \text{ nuitées}$$

3. Déterminez la médiane et interprétez.

M_e = valeur de la $200/2 = 100^{\text{e}}$ observation.

Donc la classe médiane est [15 ; 20 [

$$M_e = 15 + \left(\frac{200}{2} - 80 \right) \left(\frac{20 - 15}{140 - 80} \right)$$

$$\Leftrightarrow M_e = 16,67 \text{ nuitées à l'étranger}$$

50 % des personnes de l'échantillon passent moins de 16,67 nuitées à l'étranger, l'autre moitié passe plus de 16,67 nuitées à l'étranger.

4. Calculez l'écart-type par changement d'origine et d'échelle.
 a) la variance;

$$\bar{z} = 0,1$$

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{1}{200} 727,50 \right) - (0,1)^2 = 3,6275$$

donc:

$$\sigma_x^2 = 3,6275 \cdot 5^2 = 90,6875$$

- b) l'écart-type.

$$\sigma_x = \sqrt{90,6875} = 9,52 \text{ nuitées}$$

5. Calculez le pourcentage des personnes qui passent entre 8 et 22 jours à l'étranger.

[8 - 10 [$30 \cdot \frac{10 - 8}{10}$	=	6
[10 - 15 [50
[15 - 20 [60
[20 - 22 [$25 \cdot \frac{22 - 20}{5}$	=	10
	Total:		126

Calcul du pourcentage:

$$\frac{126}{200} \cdot 100 = 63 \%$$

2. Régression et corrélation (2 + 6 + 2 = 10 points)

1. Présentez le nuage des points.

graphique

2. Déterminez, par la méthode des moindres carrés ordinaires, l'équation de la droite de régression de y en x et représentez cette droite sur le graphique précédent.

Année	heures de soleil x_i	glaces vendues y_i	x_i^2	$x_i y_i$
N+1	175	1800	30625	315000
N+4	180	2300	32400	414000
N+2	225	3000	50625	675000
N	270	3000	72900	810000
N+5	280	3400	78400	952000
N+3	340	4500	115600	1530000
Total	1470	18000	380550	4696000

DÉTERMINATION DE \bar{x} :

$$\frac{1470}{6} = 245$$

DÉTERMINATION DE \bar{y} :

$$\frac{18000}{6} = 3000$$

DÉTERMINATION DU PARAMÈTRE α :

$$\alpha = \frac{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i\right) - \bar{x}\bar{y}}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2\right) - \bar{x}^2}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{1}{6} 4696000\right) - 245 \cdot 3000}{\left(\frac{1}{6} 380550\right) - 245^2} = 14,019608$$

DÉTERMINATION DU PARAMÈTRE β :

$$\begin{aligned} \beta &= \bar{y} - \alpha \bar{x} \\ &= 3000 - 14,019608 \cdot 245 = -434,80396 \end{aligned}$$

DÉTERMINATION DE L'ÉQUATION DE LA DROITE:

$$\begin{aligned} y &= \alpha x + \beta \\ y &= 14,019608 x - 434,80396 \end{aligned}$$

x	200	245	300
y	2369,12	3000	3771,08

3. Fin juin N+6, les météorologistes prévoient pour le mois de juillet N+6 une durée d'insolation de 320 heures. Estimez le nombre de boules de glaces vendues pour le glacier.

$$y = 14,019608 \cdot 320 - 434,80396 = 4051,47 \text{ boules de glace}$$

3. Analyse combinatoire et calcul de probabilités (4 + 6 + 6 = 16 points)

1.

- a) $P_4 \cdot P_6 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_4 = 1\,658\,880$ possibilités
b) $P_4 \cdot P_6 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_3 = 414\,720$ possibilités

2.

- a) $\frac{C_6^0 \cdot C_8^4}{C_{14}^4} = \frac{70}{1001} = 0,069\,930$
b) $1 - \frac{C_6^0 \cdot C_8^4}{C_{14}^4} - \frac{C_6^1 \cdot C_8^3}{C_{14}^4} = 1 - \frac{70}{1001} - \frac{336}{1001} = 0,594406$
c) $\frac{C_6^2 \cdot C_8^2}{C_{14}^4} = \frac{420}{1001} = 0,419580$

3.

- a) $\frac{2}{14} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{6}{14} = 0,026239$
b) $\frac{2}{14} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{4}{14} = 0,017493$

4. Loi de probabilité (6 + 2 + 4 + 2 = 14 points)

1. Établissez la loi de probabilité.

$$p \text{ (tirer un as)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$q = \frac{7}{8}$$

X		$p_i = P(X = x_i)$
$x_1 = 0$	$C_6^0 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6$	0,448795
$x_2 = 1$	$C_6^1 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^1 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^5$	0,384682
$x_3 = 2$	$C_6^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^4$	0,137386
$x_4 = 3$	$C_6^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^3$	0,026169
$x_5 = 4$	$C_6^4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^2$	0,002804
$x_6 = 5$	$C_6^5 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^1$	0,000160
$x_7 = 6$	$C_6^6 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^0$	0,000004
		1

2. Calculez l'espérance mathématique.

$$E(X) = n \cdot p = 6 \cdot \frac{1}{8} = 0,75$$

3. Calculez l'écart-type.

variance:

$$\sigma^2(X) = n \cdot p \cdot q = 6 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} = 0,65625$$

écart-type:

$$\sigma(X) = \sqrt{0,65625} = 0,810093$$

4. Calculez la probabilité qu'au moins 4 As ont été tirés.

$$P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = 0,002804 + 0,000160 + 0,000004 = 0,002968$$