



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHÉMATIQUES II	B	Durée de l'épreuve : 4 heures Date de l'épreuve : 29 mai 2018

Question 1

Soit f_m la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f_m(x) = x + \ln \frac{m-x}{m+x} \quad \text{avec } m > 0$$

et soit C_{f_m} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- Déterminer, en fonction de m , le domaine de définition de f_m .
- Montrer que f_m est impaire, puis déterminer, s'il y en a, les asymptotes de C_{f_m} .
- Discuter, en fonction de m , les variations de f_m (Les valeurs des extrema éventuels ne sont pas demandées !). *Indication : Il y a 3 cas !*
- Déterminer la concavité de C_{f_m} . Démontrer que C_{f_m} admet exactement un point d'inflexion I_m et donner les valeurs exactes des coordonnées de I_m .
- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la tangente à C_{f_m} au point I_m passe par le point $A(-1; 2)$.
- Calculer et simplifier au maximum l'intégrale J_m définie par

$$J_m = \int_0^{\frac{m}{2}} f_m(x) dx .$$

(1+3+7+3+2+5) 21 points

Question 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} -x^2 + \left(2 + \frac{2}{e}\right)x - 1 - \frac{3}{e} & \text{si } x < 1 \\ (x-2)e^{\left(\frac{1}{x-2}\right)} & \text{si } x \geq 1 \text{ et } x \neq 2 \end{cases}$.

et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

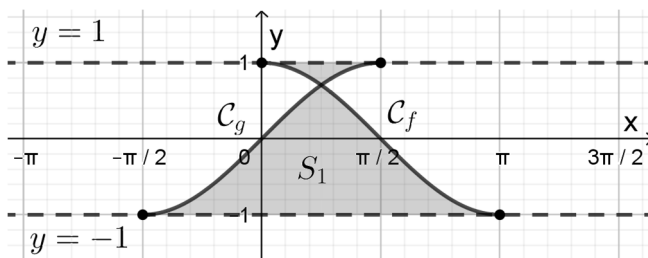
- Déterminer le domaine de définition de f . Étudier la continuité de f en 1 et donner le domaine de continuité de f .
- Déterminer, s'il y en a, les asymptotes et les branches paraboliques de C_f .
- Étudier la dérivabilité de f en 1. Donner le domaine de dérivabilité de f , calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variation de f .
- Vérifier s'il existe des tangentes à C_f en un point d'abscisse supérieure ou égale à 1, qui passent par le point $A(3; 0)$. Le cas échéant, donner une équation cartésienne de chaque tangente.
- Représenter avec précision la fonction f dans un repère orthonormé.

(2+6+5+2,5+2,5) 18 points

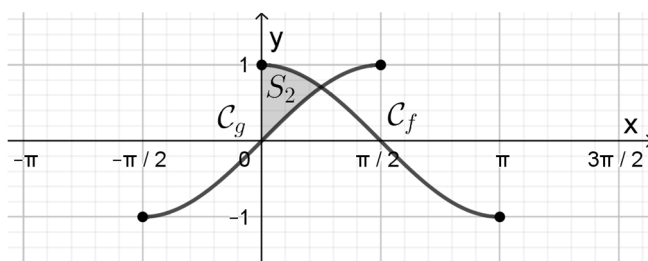
Question 3

On donne les fonctions $f: [0; \pi] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \cos x$ et $g: \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sin x$ et leurs courbes représentatives C_f et C_g dans un repère orthonormé.

a) Calculer l'aire de la surface S_1 (en gris sur la figure ci-dessous) :



b) Calculer le volume du solide révolution engendré par la rotation de la surface S_2 (en gris sur la figure ci-dessous) autour de l'axe des abscisses.



c) Calculer le volume du solide révolution engendré par la rotation de la surface S_2 (en gris sur la figure ci-dessus) autour de l'axe des ordonnées.

(2,5+1,5+6) 10 points

Question 4

a) Résoudre dans $\mathbb{R} : \log_{15}(\log_{0,2} x) \leq 1 - \log_{15}(-1 + \log_{0,2} x^2)$

b) Calculer : $\int \frac{1}{3 + \sin x} dx$

(6+5) 11 points