

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Sections : E, F, G

Branche : Mathématiques

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 1

(6 points)

Résoudre le système (\mathcal{S}) suivant, puis indiquer l'ensemble des solutions et donner une interprétation géométrique du résultat :

$$(\mathcal{S}) \equiv \begin{cases} 5x + 3y - 4z = -1 \\ x + y + 2z = 5 \\ -2x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

Exercice 2

(4+2+3=9 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(2; 0; -1)$ et $B(-1; 3; 2)$ ainsi que le

plan π vérifiant les équations paramétriques : $\pi \equiv \begin{cases} x = 3 - \alpha + 2\beta \\ y = 2\alpha - \beta \\ z = 1 - 3\alpha + \beta \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$

- 1) Déterminer une équation cartésienne du plan π .
- 2) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d passant par A et B .
- 3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de la droite d avec le plan π .

Exercice 3

((2+4)+(1+3)=10 points)

Une urne contient 12 boules, toutes discernables : 3 rouges, 4 bleues et 5 blanches.

- 1) On tire simultanément 5 boules au hasard.
 - a) Combien de tirages comportent exactement 3 boules bleues ?
 - b) Combien de tirages comportent au moins 2 boules rouges ?
- 2) On tire successivement, avec remise, 4 boules au hasard.
 - a) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
 - b) Combien de tirages comportent des boules qui sont toutes de la même couleur ?

Exercice 4

(7+4=11 points)

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\ln(2x^2 + x) - \frac{1}{2}\ln 16 = 2\ln(1 - x)$
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $\frac{1}{(e^{x+2})^2} \leq \frac{e^{-x}}{e^{7-2x}}$

Exercice 5

(2+5=7 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{2x-4}{1-3x}\right)$

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f .
- 2) Etablir une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f de f au point d'abscisse 1.

TOURNER S.V.P. ↵

Exercice 6

(4+5=9 points)

Calculer :

1) $\int \frac{3x}{1-x^2} dx$ sur $]1; +\infty[$

2) $\int (2-4x) \cdot e^{-2x} dx$ sur \mathbb{R}

Exercice 7

(3+5=8 points)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère :

- la parabole \mathcal{P} représentant la fonction f définie par : $f(x) = -x^2 - 2x + 5$,
- la droite d représentant la fonction g définie par : $g(x) = 1 - 2x$.

- 1) Calculer les coordonnées des points d'intersections de la parabole \mathcal{P} avec la droite d .
- 2) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la parabole \mathcal{P} et la droite d .

