Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Sections: C et D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

septembre

Question I (3 + 5 + 5 = 13 points)

(1) Démontrez :

Si a est un réel strictement positif distinct de 1, alors,

- pour tout réel strictement positif x, $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$;
- pour tout réel x, $(a^x)' = a^x \ln a$

(2) Résolvez dans $\mathbb{R}$:

(a) $\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(4-x) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2x+2}$

(b) $3^{1-x} - 3^{2+x} \leq 6$

Question II (7 + 3 + 7 + 2 = 19 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = x + 2 + e^{\frac{x}{x+1}}$

a) Déterminez le domaine de définition de f, calculez les limites de f aux bords du domaine et étudiez l'existence d'asymptotes au graphique G_f de f.

b) Etudiez la position de G_f par rapport à son asymptote oblique.

c) Etudiez le sens de variation de f et la concavité de G_f. Faites un tableau de variation complet. Indiquez les extréma éventuels et les points d'inflexion éventuels.

d) Tracez le graphique G_f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Question III (9 + 3 + 5 = 17 points)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$

a) Etudiez la fonction f : domaine de définition, limites aux bords du domaine, asymptotes éventuelles, fonction dérivée, tableau de variation et extréma éventuels.

b) Calculez l'aire A de la partie du plan comprise entre le graphique G_f de f, l'axe (Ox) et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

c) Calculez le volume V du solide engendré par la rotation autour de l'axe (Ox) de la surface précisée au point précédent.

Question IV ((2 + 4) + 5 = 11 points)

1) Calculez a) $\displaystyle\int \frac{3e^{x}+1}{e^{x}+1}\,dx$

b) $\displaystyle\int_{o}^{\frac{1}{6}} \arcsin(3x)\,dx$

2) Soit la fonction f définie par $f(x)=3^{-x}$. Indiquez $dom\, f$ et calculez $f'(x)$. Montrez qu'il existe une seule tangente au graphique G_f de f passant par l'origine. Trouvez son équation réduite.