

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

septembre

Question I (30 (14+10+6) points)

- 1) On donne le polynôme $P(z) = z^3 - 3(1-i) \cdot z^2 - 7i \cdot z - 48 + 54i$.
- Démontrer que le polynôme P admet une racine imaginaire pure que l'on déterminera.
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.
- 2) On donne les nombres complexes : $z_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{3} - 7i}{2\sqrt{3} - i}$, $z_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $Z = \frac{z_1^4}{z_2}$.
- Ecrire z_1 et Z sous forme trigonométrique.
 - Ecrire Z sous forme algébrique.
 - En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$, $\sin \frac{5\pi}{12}$ et $\tan \frac{5\pi}{12}$.
- 3) Calculer les racines cubiques de $\frac{-2}{\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot i}$.

Question II (30 (19+11) points)

- 1) On donne le système :

$$(s) \begin{cases} ay + z = 2 \\ \frac{2}{3}ax + y = -2 \\ 2ax - y - az = a \end{cases}$$

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant la valeur du paramètre réel a le système (s).

- 2) Dans un repère orthonormé du plan, on donne la droite $d \equiv \begin{cases} 5x + 2y - z = 6 \\ x + 2y + z = 8 \end{cases}$

et le point $A(7; -2; -3)$.

- Est-ce que le point A appartient à la droite d ? Justifier.
- Trouver un vecteur directeur de la droite d .
- Trouver une équation cartésienne du plan π perpendiculaire à d , passant par A .
- Trouver le point de percée de la droite d dans le plan π .