

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I (4 + 11 = 15 points)

1. Calculer les racines carrées du nombre complexe $-7 - 24i$.
2. Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (7-5i)z^2 + (7-22i)z + 3 + 39i$

Sachant que $P(z)$ admet une racine imaginaire pure, déterminer toutes les racines de $P(z)$, et donner la factorisation de $P(z)$.

Question II (5 + 2 + 6 + 2 = 15 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{(3-i)^2}{7+i}$, $z_2 = \frac{-\sqrt{3}+3i}{2}$ et $z_3 = 2 \cdot \text{cis}\left(\frac{\pi}{9}\right)$

1. Ecrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
2. Montrer que z_1 est une racine quatrième de -4 .
3. Ecrire z_2 sous trigonométrique et calculer ses racines cubiques complexes.
4. Montrer que $z_2 \cdot (z_3)^3$ est un nombre réel.

Question III (18points)

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement le système suivant et son ensemble des solutions suivant les valeurs attribuées au paramètre réel m .

$$\begin{cases} x + my - z = -1 \\ mx + y + mz = 1 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

Question IV (3 + 3 + 3 + 3 = 12 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne le plan $\pi_1 \equiv \begin{cases} x = 1 - \alpha - 2\beta \\ y = \alpha + \beta \\ z = -3 + 2\alpha \end{cases}$

1. Etablir une équation cartésienne du plan π_1 .
2. Etablir des équations paramétriques de la droite d qui passe par le point $A(3 ; 0 ; -2)$ et qui est orthogonale au plan π_1 .
3. Donner une équation cartésienne du plan π_2 qui comprend le point $B(1 ; -1 ; 2)$ et qui est orthogonal à la droite d .
4. Le vecteur $\vec{v}(-3 ; -6 ; 1)$ est-il un vecteur directeur de π_1 ? Justifier.