

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 1

Soit $P(z) = z^3 - (7 + 2i)z^2 + (17 + 8i)z - 15 - 10i$.

1. Calculer $P(2 - i)$ et en déduire que $z_0 = 2 - i$ est une racine de P .
2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

[3 + 9 = 12 pts]

Exercice 2

Soient les nombres complexes $z_1 = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}i$ et $z_2 = 8i \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $Z = \frac{z_1^2}{z_2}$.

1. Déterminer la forme trigonométrique de z_1 et la forme algébrique de z_2 .
2. Déterminer la forme trigonométrique et la forme algébrique de Z .
3. Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-13\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{-13\pi}{12}\right)$.
4. *Question indépendante* : Calculer et donner sous forme trigonométrique les racines cubiques du nombre complexe $w = 4\sqrt{2}(1+i)$. Puis reporter les points qui ont pour affixes les racines cubiques de w dans le plan de Gauss.

[4 + 5 + 2 + 7 = 18 pts]

Exercice 3

Discuter, résoudre et interpréter géométriquement le système

$$(S) \equiv \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ -x + my + 2z = 5 \\ 7x + 3y + (m-5)z = 7 \end{cases},$$

où m est un paramètre réel.

[17 pts]

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 4

Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points $A(1; 0; 1)$, $B(3; 1; -1)$ et $C(-1; -2; 1)$.

1. Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π contenant les points A , B et C .
2. Considérons les points $S(-1; 4; -5)$ et $T(5; -2; -2)$. Montrer que les deux points S et T n'appartiennent pas au plan π .
3. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (ST) .
4. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la droite (ST) et du plan π .

[6 + 2 + 3 + 2 = 13 pts]