

## Epreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2010**

**Section: D**

**Branche: Mathématiques I**

**Numéro d'ordre du candidat**

\_\_\_\_\_

- I. a) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $k$  pour lesquelles le système suivant admet une seule solution :
- $$(S_k) \equiv \begin{cases} (k-1)x + 3y - z = 8k - 1 \\ 6x + ky + 2z = 8k + 2 \\ (k+3)x + 5y - 9z = 111 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$
- 5 p.
- b) Choisir  $k = 5$ , puis résoudre le système : indiquer l'ensemble de toutes ses solutions et donner une interprétation géométrique. 10 p.
- II. On considère les trois points  $P(6; 4; 2)$ ;  $Q(5; -4; 3)$  et  $R(-3; 2; -7)$ .
- a) Établir un système de 2 équations cartésiennes de la droite  $QR$ . 3 p.
- b) Établir une équation cartésienne du plan  $\Pi$  passant par le point  $P$  et de vecteur normal  $\overrightarrow{QR}$ . 3 p.
- c) Trouver les coordonnées d'un point  $H$  du plan  $\Pi$ , différent de  $P$ . 3 p.
- d) Déterminer un vecteur directeur du plan  $\Pi$ . 3 p.
- e) Calculer les coordonnées du point d'intersection  $K$  de la droite et du plan donnés par les équations suivantes:
- Le plan :  $4x - 3y + 5z = 22$  ; la droite : 
$$\begin{cases} x = 5 + 4k \\ y = -4 - 3k \\ z = 3 + 5k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$
 3 p.
- III. a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  :  $z^2 + 2(1 - 2i)z - 3(1 + 2i) = 0$  7 p.
- b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 + 2z^2 - 11z - 12 = (6z^2 + 10z - 6) \cdot i$  sachant qu'elle admet au moins une solution imaginaire pure. 8 p.
- IV. a) Calculer les racines cubiques du nombre  $Z = 8i \cdot \text{cis} \frac{\pi}{3}$ . 3 p.
- Représenter les points images des ces racines dans le plan complexe. 3 p.
- b) On donne :  $z_1 = \frac{i}{1-i}$  et  $z_2 = 6 + 2\sqrt{3}i$
- Écrire ces deux nombres sous forme trigonométrique. 2 p.
- Écrire le produit  $z_1 \cdot z_2$  sous les formes algébrique puis trigonométrique. 3 p.
- En déduire trois valeurs trigonométriques de  $\frac{11\pi}{12}$ . 4 p.