

## Epreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2005**

**Section : D**

**Branche : Mathématiques I**

Nom et prénom du candidat

---

---

### Question I

On considère les nombres complexes  $z_1 = \frac{3}{1-i} - \frac{2i}{1+i}$  et  $z_2 = \frac{3\sqrt{3}+i}{2+i\sqrt{3}}$ .

1) Mettre  $z_1, z_2$  et  $Z = \frac{z_1}{z_2}$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

2) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{5\pi}{12}$  et  $\sin \frac{5\pi}{12}$ . 12 + 4

### Question II

Soit le polynôme  $P(z) = z^3 + (3-4i)z^2 + (-1-11i)z - 6i - 6$ .

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$  sachant que le polynôme admet une *racine imaginaire pure*. 14

### Question III

On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 5 & m-1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

1) Calculer la matrice  $M = (A+B)^2$  et la matrice  $N = A^2 + 2AB + B^2$ .

2) Déterminer le réel  $m$  tel que  $M = N$ . 8 + 2

### Question IV

Soit le système (s) 
$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ x + my + z = 3m \\ mx + y + z = 2 \end{cases}$$
 où  $m$  est un paramètre réel.

1) Déterminer les réels  $m$  pour que le système admette une solution unique.

2) Résoudre et interpréter géométriquement le système dans chacun des trois cas suivants :

a)  $m = -2$

b)  $m = 0$

c)  $m = 1$

6 + (6 + 6 + 2)