



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHEMATIQUES I	B	Durée de l'épreuve : 3 heures Date de l'épreuve : 04 juin 2018

Question I (4 + 6 + 2 + 3 = 15 points)

- On donne le polynôme à variable complexe $P(z) = z^4 - z^3 + az^2 + b$ avec a, b réels.
 - Déterminez a et b sachant que $1 + i$ est une racine du polynôme P .
 - Vérifiez que $1 - i$ est aussi une racine du polynôme P .
 - Résolvez l'équation $P(z) = 0$.
- Calculez les racines carrées complexes de $Z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ sous forme algébrique.
 - Mettez $Z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ sous forme trigonométrique et déduisez-en les formes trigonométriques des racines carrées complexes de Z .
 - Déduisez-en les valeurs exactes de $\cos \frac{9\pi}{8}$ et de $\sin \frac{9\pi}{8}$.
- Soit z un nombre complexe. Dans le plan de Gauss, déterminez l'ensemble $E = \{M(z) \mid (z - 1 - 3i)(\bar{z} - 1 + 3i) = 5\}$.
- Quelles sont les rotations r de centre O et d'angle α qui, appliquées cinq fois consécutivement à P d'affixe $2 + 4i$, donnent P' d'affixe $-3\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ comme image ?

Question II (3 + 7 + 5 = 15 points)

- Calculez le terme constant de l'expression $\left(2x^4 - \frac{3}{x^7}\right)^{11}$.
- On place dans un sac 5 billets de 5 €, 7 billets de 10 € et 10 billets de 20 €. On choisit au hasard une poignée de 8 billets, chaque billet ayant la même probabilité d'être attrapé.
 - Quelle est la probabilité de n'avoir obtenu aucun billet de 5 € ?
 - Quelle est la probabilité d'avoir obtenu uniquement des billets de 20 € ?
 - Quelle est la probabilité d'avoir obtenu des billets de deux valeurs exactement ?
 - Quelle est la probabilité d'avoir obtenu au moins un billet de chaque valeur ?
- Pour un jeu, on utilise un dé à quatre faces numérotées 0, 2, 3 et 5. On dispose aussi d'une urne contenant trois billes numérotées 1, 3 et 5.
On procède de la façon suivante : on lance le dé puis on tire une bille.
Si le dé donne 0, on ne gagne rien.
Si le dé et la bille portent le même numéro, on gagne 5 €.
Dans tous les autres cas, on gagne 1 €.
Soit X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.
 - Etablissez la loi de probabilité de X .
 - Calculez l'espérance mathématique $E(X)$.
 - Quel gain devrait-on fixer dans le cas où le dé et la bille portent le même numéro, pour que l'espérance soit égale à 10 € ?

Question III (4 + 6 + 6 = 16 points)

On suppose que le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminez une équation cartésienne d'une conique à centre $O(0;0)$, d'excentricité 0,8 dont une directrice a pour équation $y = 10$.
2. Identifiez la courbe $\Gamma \equiv y = -3 - \sqrt{x^2 - 2x + 10}$, puis représentez-la.
3. On donne l'ellipse $E \equiv x^2 + 3y^2 = 48$.
 - a) Déterminez les tangentes à E passant par le point $P(4,4)$, ainsi que les points de contact de ces tangentes avec E .
 - b) Tracez E et les tangentes.

Question IV (14 points)

ABCD est un carré et d est la droite qui coupe $[AD]$ en son milieu E et $[BC]$ en son milieu F . Une droite d' variable parallèle à (AD) et (BC) coupe $[AB]$ en G et $[CD]$ en H .

Recherchez et représentez le lieu L des points d'intersection des droites (EH) et (GF) .